

1) א. 5

$$f(x) = \frac{\ln^2 x}{\ln^2 x - 1}, \quad (1) \ln x \Rightarrow x > 0, \quad (2) \ln^2 x - 1 \neq 0 \Rightarrow \ln x \neq \pm 1 \Rightarrow x \neq e^{\pm 1}$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow (0 < x < \frac{1}{e}) \cup (\frac{1}{e} < x < e) \cup (x > e)$$

(2)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln^2 x}{\ln^2 x (1 - \frac{1}{\ln^2 x})} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \frac{1}{\ln^2 x}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{-\infty}} = \frac{1}{1-0} = 1 \Rightarrow (0, 1) \text{ (חזרף) סליקה}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{e}^-} f(x) = \frac{1}{\rightarrow 0} = \infty \Rightarrow x = \frac{1}{e}, \quad \lim_{x \rightarrow e^-} f(x) = \frac{1}{\rightarrow 0} = \infty \Rightarrow x = e$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2 x}{\ln^2 x (1 - \frac{1}{\ln^2 x})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 - \frac{1}{\ln^2 x}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\infty}} = \frac{1}{1-0} = 1 \Rightarrow y \rightarrow 1$$

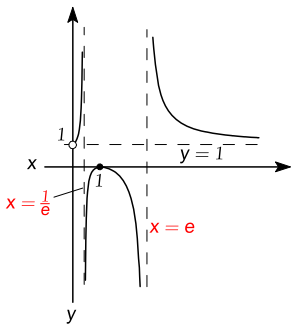
(3)

$$f'(x) = \frac{2 \ln x \cdot \frac{1}{x} \cdot (\ln^2 x - 1) - \ln^2 x \cdot 2 \ln x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln^2 x - 1)^2} = \frac{2 \ln^3 x - 2 \ln x - 2 \ln^3 x}{x(\ln^2 x - 1)^2} = \frac{-2 \ln x}{x(\ln^2 x - 1)^2} \stackrel{?}{=} 0$$

$$\ln x = 0 \Rightarrow x = e^0 = 1$$

x	0		$\frac{1}{e}$		1		e	
f'		$\frac{-}{+} = +$	$\emptyset$	$\frac{-}{+} = +$	0	$\frac{+}{+} = -$	$\emptyset$	$\frac{-}{+} = -$
f		$\nearrow$	asym.	$\nearrow$	max	$\searrow$	asym.	$\searrow$

$$\nearrow: (0 < x < \frac{1}{e}) \cup (\frac{1}{e} < x < 1), \quad \searrow: (1 < x < e) \cup (x > e)$$



ב. לפונקציה יש אירציונות סליקה בקצה התחום השמאלי (0, 1).

יש לה גם אסימפטוטה אופקית ימנית בגובה זה  $y \rightarrow 1$ .

מתאים רק לגרף III.

$$f(1) = \frac{0}{-1} = 0 \Rightarrow \max(1, 0)$$

ג. 1) לא מיידיית מהגרף.

2)  $k = 0$  מיידיית מהגרף (נקודת המקסימום).

ד.

$$g(x) = \frac{1}{f(x) - 1} \Rightarrow x \neq e, x \neq \frac{1}{e} \Rightarrow A(\frac{1}{e}, 0), B(e, 0)$$

$$h(x) = \ln^2 x + 1$$

$$x_D = x_A \Rightarrow y_D = h(\frac{1}{e}) = (-1)^2 + 1 = 2 (= y_C = h(e) = 1^2 + 1 = 2)$$

$$\Rightarrow AB = e - \frac{1}{e} \Rightarrow S_{ABCD} = 2 \cdot (e - \frac{1}{e}) = 4.7 \text{ (יחידות ריבועיות)}$$

'וורד' היא מילה בעברית!