

בגרויות מתמטיקה - 482 - תשובות סופיות - אלי מיטב

- 16 - חורף תשע"ד - 2014 - לוחמים _____ 151
- 17 - קיץ תשע"ד - 2014 - מועד א _____ 153
- 18 - קיץ תשע"ד - 2014 - מועד ב _____ 155
- 19 - קיץ תשע"ד - 2014 - מועד ג _____ 158
- 20 - סתו תשע"ה - 2014 - מועד ד _____ 160
- 21 - חורף תשע"ה - 2015 _____ 162
- 22 - חורף תשע"ה - 2015 - לוחמים _____ 164
- 23 - קיץ תשע"ה - 2015 - מועד א _____ 166
- 24 - קיץ תשע"ה - 2015 - מועד ב _____ 169
- 25 - חורף תשע"ו - 2016 _____ 172
- 26 - קיץ תשע"ו - 2016 - מועד א _____ 175
- 27 - קיץ תשע"ו - 2016 - מועד ב _____ 177
- 28 - חורף תשע"ז - 2017 _____ 179
- 29 - קיץ תשע"ז - 2017 - מועד א _____ 182
- 30 - קיץ תשע"ז - 2017 - מועד ב _____ 185
- 31 - חורף תשע"ח - 2018 _____ 188
- 32 - קיץ תשע"ח - 2018 - מועד א _____ 190
- 33 - קיץ תשע"ח - 2018 - מועד ב _____ 193
- 34 - חורף תשע"ט - 2019 _____ 195
- 35 - קיץ תשע"ט - 2019 - מועד א _____ 197
- 36 - קיץ תשע"ט - 2019 - מועד ב _____ 200
- דוגמאות - משרד החינוך _____ 203
- 37 - חורף תש"פ - 2020 _____ 206
- 38 - קיץ תש"פ - 2020 - מועד א _____ 209
- 39 - קיץ תש"פ - 2020 - מועד ב _____ 212
- 40 - חורף תשפ"א - 2021 - מועד א _____ 215
- 41 - חורף תשפ"א - 2021 - נבצרים _____ 218
- 42 - חורף תשפ"א - 2021 - מאוחר _____ 221
- 43 - קיץ תשפ"א - 2021 - מועד א _____ 224
- 44 - קיץ תשפ"א - 2021 - מיוחד _____ 227
- 45 - קיץ תשפ"א - 2021 - מועד ב _____ 230
- ציורי גרפים _____ 233
- סיווג שאלות המבחנים _____ 243
- נוסחאון הבגרות לארבע יחידות _____ 248
- גידול ודעיכה _____ 1
- סדרות _____
- חשבונית _____ 8
- הנדסית _____ 20
- הנדסית אינסופית מתכנסת _____ 27
- מעורבות (חשבונית והנדסית) _____ 31
- כלליות _____ 34
- המוגדרות ע"י נסיגה _____ 36
- טריגונומטריה במרחב _____ 42
- חשבון דיפרנציאלי _____
- פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות _____ 56
- פונקציות טריגונומטריות _____ 73
- חשבון אינטגרלי - שטחים _____
- פונקציות מעריכיות _____ 86
- פונקציות שפתרוןן לוגריתמי _____ 97
- פונקציות טריגונומטריות _____ 104
- מבחני בגרות
- מבנה מבחן הבגרות _____ 116
- 1 - קיץ תש"ע - 2010 - מועד א _____ 117
- 2 - קיץ תש"ע - 2010 - מועד ב _____ 119
- 3 - קיץ תש"ע - 2010, המבחן הגנוז _____ 121
- 4 - חורף תשע"א - 2011 _____ 123
- 5 - קיץ תשע"א - 2011 - מועד א _____ 125
- 6 - קיץ תשע"א - 2011 - מועד ב _____ 127
- 7 - חורף תשע"ב - 2012 _____ 129
- 8 - קיץ תשע"ב - 2012 - מועד א _____ 131
- 9 - קיץ תשע"ב - 2012 - מועד ב _____ 133
- 10 - חורף תשע"ג - 2013 _____ 135
- 11 - חורף תשע"ג - 2013 - לוחמים _____ 137
- 12 - קיץ תשע"ג - 2013 - מועד א _____ 139
- 13 - קיץ תשע"ג - 2013 - מועד ב _____ 142
- 14 - קיץ תשע"ג - 2013 - לוחמים _____ 145
- 15 - חורף תשע"ד - 2014 _____ 148

מספר מילים לפני

ספר זה מכיל בחלקו הראשון שאלות ממבחני בגרות מהשנים 2004-2013 שנערכו במתכונת ה'צבירה', המתאימות לשאלון 482 בהתאם לעדכון האחרון של תכנית הלימודים. לכל השאלות תשובות סופיות בעמוד השאלה ופתרון מלא בהמשך עם הפניה לעמוד המתאים (המספר המעובה בסוגריים משמאל לכל שאלה). בחלקו השני של ספר זה מובאים כל 45 מבחני הבגרות לשאלון זה שנערכו עד כה במתכונת הנוכחית עם פתרון מלא.

סימונים מתמטיים שמופיעים בספר:

\forall - לכל , \in - שייך , \nearrow - עליה , \searrow - ירידה , even - זוגי , odd - לא זוגי
 \cup - איחוד: היחס 'או' , \cap - חיתוך: היחס 'וגם' , \emptyset - קבוצה ריקה (אין פתרון)
 $\sqrt{\quad}$ - אישור למה שבקשנו לברוק או להוכיח , ab. - מוחלט , ep. - נקודת קצה (end point)
 'ללא הגבלת הכלליות' - קביעה ערך מייצג, במקום פרמטר (שאמור ל'היעלם' בהמשך).

בחלק מהשאלות שונה נוסח השאלה, מאילוץ עריכה, או מטעם אישי של 'אסתיקה לשונית'. ככלל - סדר הצגת השאלות הוא כרונולוגי בלבד, למעט אילוץ עריכה. דיוקים נדרשים הושמטו בכונה.

סרטוני הסבר לכל פתרונות המבחנים, שהתקיימו מ-2012 עד 2017 (מועד א), כפי שהם בספר, נמצאים באתר ההוצאה במְרֶשֶׁת (internet), בחינם.

'שגיאות מי יבין' (תהלים י"ט). אם נתקלתם בשגיאה כלשהי - בבקשה יידעו אותי על כך, רצוי בדוא"ל. כל תיקון יעודכן כמעט מיידית באתר ההוצאה, בעמוד המידע של ספר זה. התיקונים יוצגו באדום.

שלמי תודה: תודה לכל המורים והתלמידים שהעירו את הערותיהם במשך השנה, ובכך תרמו לתיקון שגיאות ולשיפור פתרונות. תודה מיוחדת לשריף אמארה מכפר ז'לפה ולשרון חיים מפתח תקוה.

לאחר כל מבחן בגרות שייערך בשנה הקרובה (התשפ"ב - 2022), אינן בע"ה פתרון מלא בתוך עשרה ימים. המבחן ופתרונו יועלה לאתר ההוצאה, לשימוש חופשי לא מסחרי.

את החללים שבין השאלות והפתרונות חִלְלֵתִי בהבזקי אנקדוטות - מתמטיות, הסטוריות, לשוניות, קריקטורות וגם אנקדורות בעלות אופי לאומי או יהודי.

הספר מופיע גם במהדורה דיגיטלית על-ידי חברת 'קל-ספר' (classoos). ראו קישור באתר ההוצאה.

ב ה צ ל ח ה

א'י' א'ט'ב

ספרי בגרויות עם פתרונות מלאים יצאו גם לשאלונים 382-481-581-582

ספרי בגרויות עם תשובות סופיות יצאו לשאלונים 481-482-581-582

© כל הזכויות על השאלות שמורות למדינת ישראל - משרד החינוך, התרבות והספורט

כל הזכויות על הקדר ועל הפתרונות שמורות למחבר

סדרות

סדרה חשבונית

1. (4 יח', חורף תש"ל - 70)

הוכח: אם הסדרה $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ היא חשבונית, אז:

$$\left(\frac{1}{ab} = \frac{1}{a-b} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)\right) \text{ (היעזר בשוויון)} \quad \frac{1}{a_1 \cdot a_2} + \frac{1}{a_2 \cdot a_3} + \frac{1}{a_3 \cdot a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} \cdot a_n} = \frac{n-1}{a_1 \cdot a_n}$$

2. (4 יח', קיץ תש"ל - 70)

האיבר הראשון בסדרה חשבונית הוא 100, והפרשה - 6. בסדרה זו איברים חיוביים ושליליים. כמה איברים עוקבים, לכל היותר, של הסדרה הנ"ל, החל בראשון, יש לחבר כדי שסכומם יהיה עדיין חיובי? מהו סכום כל האיברים האלה?

3. (4 יח', חורף תשל"א - 71)

באולימפיאדה מתמטית לתלמידי בת"ס על-יסודיים חולקו פרסים בסכום כולל של 4050 ש. הפרס הראשון (הגדול ביותר) היה גדול פי ארבע מהפרס האחרון (הקטן ביותר). כל פרס היה קטן מקודמו ב-54 ש. כמה פרסים חולקו באולימפיאדה הנ"ל?

4. (4 יח', קיץ תשל"ב - 72)

נתונה סדרה חשבונית: 37.6, -13.4, -13.7, -14, ... (37.6 האחרון).

א. מצא את סכום האיברים במקומות הזוגיים (ז"א במקום השני, הרביעי וכו') בסדרה הנ"ל.
ב. מהו סכום האיברים השליליים בסדרה הנ"ל?

5. (4 יח', קיץ תשל"ג - 73)

בסדרה חשבונית $2n$ איברים. סכום n האיברים האחרונים בסדרה זו גדול פי שלושה מסכום n האיברים הראשונים בסדרה. האיבר השמיני בסדרה הנ"ל שווה ל-45. מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה הנ"ל.

$$100 = \text{מבחן}$$

$$! 40 + 2 + 8 + 50 = 100 \text{ הגימטריה של 'מבחן' היא בדיוק מאה:}$$



4. א. 1014.8 ב. -333.7

2. $n = 34, S_{34} = 34$

5. $a_1 = 3, d = 6$

3. 10

43. (005, חורף תשע"ב - 2012)

היקף המכירות של עסק מסוים מסתכם בכל יום עסקים בסכום קבוע של 2000 שקלים. בחורף ההוצאות של העסק גדלו בכל יום עסקים החל מהיום הראשון של החורף והיוו סדרה חשבונית. ביום הראשון של החורף היו ההוצאות 75 שקלים, וביום השני - 125 שקלים. מצא כעבור כמה ימי עסקים מתחילת החורף יהיה הרווח הכולל של העסק 38,025 שקלים.

44. (005, חורף תשע"ג - 2013)

נתונה סדרה חשבונית שהפרשה הוא d , ואיברה הראשון הוא a_1 . סכום 21 האיברים הראשונים בסדרה שווה לסכום 20 האיברים הראשונים בסדרה. א. מצא את הערך של $a_1 + 20d$. ב. נתון כי a_1 הוא שלילי. קבע אם הסדרה עולה או יורדת. נמק. ג. לכל איבר בסדרה הנתונה הוסיפו את המספר המציין את מקומו בסדרה: לאיבר הראשון הוסיפו 1, לאיבר השני הוסיפו 2 וכן הלאה. כך נוצרה סדרה חדשה. הסכום של n האיברים הראשונים בסדרה החדשה גדול ב- 861 מסכום n האיברים הראשונים בסדרה הנתונה. (1) חשב את n . (2) היעזר בתשובתך לסעיף א, ומצא את סכום n האיברים הראשונים בסדרה הנתונה.

45. (005, קיץ תשע"ג - 2013, מועד א)

נתונה סדרה חשבונית. האיבר במקום ה- 30 גדול ב- 96 מהאיבר במקום ה- 6. סכום $2n$ האיברים הראשונים בסדרה גדול פי 4 מסכום n האיברים הראשונים בסדרה. א. מצא את הפרש הסדרה ואת האיבר הראשון בסדרה. ב. מחקו את $2n$ האיברים הראשונים בסדרה הנתונה. הבע באמצעות n את הסכום של n האיברים הראשונים בסדרה שנשארה לאחר המחיקה.

המספר 455, 666, 777, 788, 888, 999, 999 הוא מספר ראשוני!
מכיל ברצף: פעם '4', פעמיים '5', שלוש פעמים '6', 4 פעמים '7', 5 פעמים '8', 6 פעמים '9'.



43. (39 ימי עסקים)

44. א. $a_1 + 20d = 0$ ב. עולה ג. (1) $n = 41$ (2) $S_{41} = 0$

45. א. $d = 4$, $a_1 = 2$ ב. $S = 10n^2$

סדרות - סדרה הנדסית

1. (4 יח', קיץ תשכ"ז - 67)

בסדרה הנדסית $2n$ איברים. האיבר הראשון בסדרה שווה ל-1. בסדרה זו שווה סכום n האיברים העומדים במקומות הזוגיים ל-682, וסכום n האיברים במקומות האי-זוגיים ל-341. מצא את מנת הסדרה ואת מספר האיברים שבה.

2. (4 יח', חורף תשכ"ט - 69)

בריכת מים ריקה נתמלאה מים במשך חמש שעות במהירות פוחתת: כמות המים שנכנסה בכל שעה מהווה חלק מסוים, קבוע, מן הכמות שנכנסה בשעה הקודמת. הכמות שנכנסה בארבע השעות הראשונות היתה פי שניים מן הכמות שנכנסה בארבע השעות האחרונות (מתוך החמש). בשעתיים הראשונות נכנסו לבריכה 48 מ"ק מים. מצא את נפח הבריכה.

3. (4 יח', קיץ תשל"ל - 70)

הוכח: אם שלושה מספרים חיוביים שונים a, b, c , לפי הסדר, שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית, הרי: $a^n + c^n > 2b^n$ עבור כל n טבעי.

4. (4 יח', חורף תשל"ד - 74) בסדרה הנדסית $2n$ איברים.

א. הוכח: האיברים העומדים במקומות הלא-זוגיים, מהווים סדרה הנדסית.
ב. הוכח: בסדרה הנ"ל (המורכבת מ- $2n$ איברים) היחס בין סכום n האיברים העומדים במקומות הזוגיים לבין סכום n האיברים העומדים במקומות הלא-זוגיים שווה למנת הסדרה הנ"ל.

5. (4 יח', קיץ תשל"ד - 74)

את המספר 65 חילקו לארבעה מחוברים חיוביים, המהווים סדרה הנדסית. ההפרש בין שני המחוברים הראשונים (ז"א ההפרש בין האיבר השני של הסדרה לראשון) גדול פי $2\frac{1}{4}$ מההפרש שבין שני המחוברים האחרונים. מצא את אותם ארבעה מחוברים.

תשאלות

5. 27, 18, 12, 8

2. $V = 62m^3$

1. $q = 2, 2n = 10$

22. (005, חורף תשע"א - 2011)

נתונה סדרה הנדסית: a_1, a_2, a_3, \dots , $a_1 \neq 0$, שהמנה שלה היא q , ונתונה סדרה הנדסית: b_1, b_2, b_3, \dots שהמנה שלה היא 2 ($b_1 \neq 0$).

א. נסמן את הסדרה $c_n = a_n - b_n$ ($n \geq 1$).

(1) הבע באמצעות a_1, b_1 ו- q את c_2 ואת c_3 .

(2) נתון כי c_n היא סדרה הנדסית. הראה כי $q = 2$.

ב. ידוע כי $a_4 = 40, b_5 = 24$, וכי בסדרה c_n סכום n האיברים הראשונים הוא 3580.5. מצא את n .

23. (005, חורף תשע"ב - 2012, לוחמים)

נתונה סדרה הנדסית שבה $2n$ איברים. האיבר הראשון בסדרה הוא a_1 , ומנת הסדרה היא q . אם מגדילים את האיבר הראשון בסדרה ב-3 ואין משנים את q ואת מספר איברי הסדרה, מתקבלת סדרה חדשה שסכומה גדול פי 4 מסכום הסדרה הנתונה.

א. מצא את a_1 .

ב. סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה הנתונה גדול פי 2 מסכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה הנתונה. מצא את q .

ג. סכום הסדרה הנתונה הוא 1023.

חשב את סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה הנתונה.

מספרים מושלמים

פתגורס קרא למספרים ששווים לסכום מחלקיהם 'מספרים מושלמים' או 'מספרים משוכללים'.

למשל, המחלקים של 6 הם 1, 2, 3, ומתקיים $1 + 2 + 3 = 6$. כך גם 28: $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$.

המספר המושלם השלישי הוא 496, הרביעי הוא 8128, היוונים הכירו את המספרים האלו בלבד. רק 1700 שנים מאוחר יותר התגלה המספר המושלם החמישי: 33,550,336. השישי הוא 8,589,869,056. למספרים מושלמים יש תכונות אלגנטיות נוספות. למשל, הם שווים לסכום של מספרים עוקבים:

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$28 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$$

$$496 = 1 + 2 + 3 + \dots + 29 + 30 + 31$$

$$8,128 = 1 + 2 + 3 + \dots + 125 + 126 + 127$$

המספר החמישי התגלה רק ב-1536 - אלפיים שנה (!) לאחר פיתגורס ע"י הודלריקוס רגיוס.

$$2^{12} (2^{13} - 1) = 33,550,336$$

היום ידועים 37 מספרים מושלמים שהגדול בהם הוא בן 1,819,050 ספרות !!!



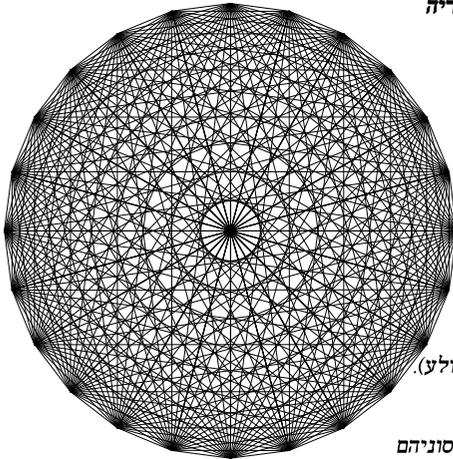
22. א. (1) $c_2 = a_1 q - 2b_1, c_3 = a_1 q^2 - 4b_1$ ב. $n = 10$

23. א. $a_1 = 1$ ב. $q = 2$ ג. $S_{\text{odd}} = 341$

24. (005, קיץ תשע"ב - 2012, לוחמים)

- האיבר הראשון בסדרה הנדסית נתונה הוא a_1 ומנת הסדרה היא q .
 בין כל שני איברים סמוכים הכניסו איבר נוסף כך שנוצרה סדרה הנדסית חדשה,
 שכל איבריה חיוביים והמנה שלה היא q_0 .
- א. הבע באמצעות q את המנה q_0 של הסדרה ההנדסית החדשה.
 ב. נתון כי האיבר השני בסדרה החדשה קטן פי 2 מהאיבר השני בסדרה הנתונה. חשב את q .
 ג. מספר האיברים בסדרה החדשה הוא 9.
- (1) מצא את מספר האיברים בסדרה הנתונה.
 (2) נתון כי סכום הסדרה החדשה גדול ב-340 מסכום הסדרה הנתונה. חשב את a_1 .

יופי של גאומטריה



בציור מתואר מצולע משוכלל בעל 24 צלעות, וכל אלכסוניו,
 מספר נקודות המפגש הפנימיות של אלכסוניו,
 הוא 7297 – שהוא מספר ראשוני.

במספר זה כלולים:

6144 נקודות מפגש משותפות לשני אלכסונים.

864 נקודות מפגש משותפות לשלושה אלכסונים.

264 נקודות מפגש משותפות לארבעה אלכסונים.

24 נקודות מפגש משותפות לחמישה אלכסונים.

ונקודת מפגש אחת משותפת ל-12 אלכסונים (מרכז המצולע).

$$\text{סה"כ: } 6144 + 864 + 264 + 24 + 1 = 7297.$$

מצולעים משוכללים נוספים שמספר נקודות המפגש של אלכסוניהם

הוא מספר ראשוני, אלו המצולעים שמספר צלעותיהם הוא:

5, 6, 14, 44, 58, 72, 76, 80, 84, 86, 104, 128, 134, 138, 180,

. 360, 320, 280, 266, 256, 246, 228, 218, 188, 186, 173, 360.

מספר נקודות החיתוך הפנימיות של אלכסוני המצולע האחרון (360 צלעות), הוא 677, 630, 881 – מספר ראשוני.

(Prime curios, Chris K. Caldwell and G. L. Honaker, Jr.)



24. א. $q_0 = \sqrt{q}$ ב. $q = 4$ ג. (1) 5 איברים (2) $a_1 = 2$

סדרות - סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת

1. (4 יח', קיץ תשל"א - 71)

הוכח: $\frac{2}{7} + \frac{3}{7^2} + \frac{2}{7^3} + \frac{3}{7^4} + \dots = \frac{17}{48}$ (המכנים של השברים מהווים סדרה הנדסית אינסופית, והמונים 2, 3 חוזרים כל הזמן כפי שנראה הדבר באיברים הכתובים).

2. (4 יח', קיץ תשל"ט - 79)

מצא את a_1 בטור הנדסי יורד שסכמו 3 וסכום ריבועי איבריו הוא 1.

3. (4 יח', קיץ תשמ"ג - 83)

נתון טור הנדסי אינסופי שסכמו גדול פי 3.5 מסכום האיברים במקומות הזוגיים. פי כמה גדול סכום הטור מסכום האיברים במקומות האי זוגיים?

4. (4 יח', קיץ תשמ"ד - 84) נתון טור גיאומטרי אינסופי שסכמו 16.

סכום ארבעה האיברים הראשונים בטור זה הוא 15. מהי מנת הטור? (מצא את כל הפתרונות).

5. (4 יח', קיץ תשמ"ז - 87)

האיבר הראשון של סדרה הנדסית אינסופית יורדת הוא 30.

סכום כל איברי הסדרה העומדים במקומות הזוגיים $(a_2 + a_4 + a_6 + \dots)$ הוא 36.

חשב את סכום כל איברי הסדרה העומדים במקומות האיזוגיים, כלומר: $a_1 + a_3 + a_5 + \dots$.

6. (4 יח', קיץ תש"ן - 90)

סכום טור גיאומטרי אינסופי יורד, שכל איבריו חיוביים, הוא 243.

סכום שני איבריו הראשונים הוא 216.

בונים טור חדש המורכב מהאיברים העומדים במקומות הזוגיים בטור הגאומטרי הנתון.

הראה שהטור החדש גם הוא טור גיאומטרי יורד, וחשב את הסכום שלו.

7. (4 יח', קיץ תשנ"ג - 93)

בסדרה הנדסית אינסופית יורדת $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ שכל איבריה חיוביים,

מתקיים: (1) $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \dots = 20$, (2) $a_3 + a_7 + a_{11} + a_{15} + \dots = 4$

א. חשב את מנת הסדרה. ב. חשב את הסכום של כל איברי הסדרה.

השאלות

6. $S = 60.75$

4. $q_{1,2} = \pm \frac{1}{2}$

2. $a_1 = \frac{3}{5}$

7. א. $q = \frac{1}{2}$ ב. $S = 30$

5. 54

3. פי 1.4

סדרות - סדרות מעורבות (חשבונית והנדסית)

1. (4 יח', חורף תשכ"ח - 68) בסדרה חשבונית וסדרה הנדסית עולה שווים האיברים הראשונים וכל אחד מהם שווה ל-2. גם האיברים השלישיים שווים זה לזה.
האיבר השני בסדרה החשבונית גדול ב-4 מהאיבר השני בסדרה ההנדסית.
מצא את שלושת האיברים הראשונים בכל אחת מהסדרות הנ"ל.
2. (5 יח', חורף תשכ"ח - 68) בסדרה חשבונית 11 איברים. האיבר הראשון בסדרה זו הוא 24.
האיבר הראשון, החמישי והאחד-עשר בסדרה הנ"ל מהווים סדרה הנדסית.
מצא את הפרש הסדרה החשבונית.
3. (4-5 יח', קיץ תשכ"ח - 68) בסדרה חמישה מספרים. שלושת המספרים הראשונים בסדרה הנ"ל מהווים סדרה הנדסית, ואילו ארבעת האיברים האחרונים, שסכומם שווה ל-30, מהווים סדרה חשבונית. מכפלת האיבר השני בחמישי בסדרה הנ"ל בת חמישה איברים שווה ל-36.
מצא את חמשת האיברים של הסדרה.
4. (4 יח', חורף תשל"ג - 73) בסדרה, המורכבת מארבעת איברים, יוצרים שלושת הראשונים סדרה הנדסית, ואילו שלושת האחרונים יוצרים סדרה חשבונית.
סכום האיברים הראשון והרביעי הוא 21, ואילו סכום השני והשלישי - 18.
מצא את ארבעת האיברים של הסדרה הנ"ל (הבחן שתי אפשרויות).
5. (4 יח', חורף תשל"ו - 76) בשתי סדרות עולות, אחת חשבונית והשנייה הנדסית, שווה האיבר הראשון ל-9. גם האיבר השלישי בסדרה החשבונית שווה לאיבר השלישי של הסדרה ההנדסית, ואילו האיבר השני של הסדרה החשבונית גדול ב-2 מאיברה השני של הסדרה ההנדסית.
מצא את האיבר השני והשלישי בכל אחת מאותן סדרות.

את המספר הראשוני 7129 ניתן להציג תוך שימוש בכל הספרות פעם אחת בלבד: $7129 = 5^0 + 6^1 + 7^2 + 8^3 + 9^4$

תהליך

1. חש': 2, 10, 18 ; הנ': 2, 6, 18
2. $d_1 = 0$, $d_2 = 3$
3. (1) 1.5, 3, 6, 9, 12 ; (2) 16, 12, 9, 6, 3
4. (1) 3, 6, 12, 18 ; (2) $18\frac{3}{4}$, $11\frac{1}{4}$, $6\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{4}$
5. חשבונית: $a_2 = 15$, $a_3 = 25$; הנדסית: $a_2 = 17$, $a_3 = 25$

סדרות - סדרות כלליות

1. (5 יח', חורף תשל"א - 71) נתונה הסדרה $\frac{3}{4}, \frac{5}{36}, \frac{7}{144}, \dots$ שבה: $a_n = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$.

מצא, בהסתמך על השוויון: $\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}$,

את הנוסחה לסכום n האיברים הראשונים של הסדרה הנתונה.

2. (5 יח', סתיו תשל"ז - 75) האיבר ה- n של סדרה נתון ע"י $a_n = k \cdot t^{n-1}$ (t, k - קבועים; $t \neq 1$).

נסמן: $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$; $T_n = S_1 + S_2 + \dots + S_n$.

א. מצא את S_n . ב. הוכח: $(1-t)T_n + t \cdot S_n = k \cdot n$.

ג. בדוק אם השוויון בסעיף ב ישאר בתוקפו כאשר $t = 1$.

3. (4 יח', קיץ תשנ"א - 91) נתונה נוסחת סכום n איברים ראשונים של סדרה: $S_n = Bn^2 + Cn$.

א. הבע את a_n (האיבר ה- n של הסדרה) באמצעות B, C ו- n .

ב. נוסחת האיבר הכללי של הסדרה היא $a_n = -3n + 7$. חשב את ערכי B ו- C .

4. (5 יח', קיץ תשס"ב - 2002 - מועד ב) נתונה סדרה: a_1, a_2, \dots, a_n .

נוסחת סכום n איבריה הראשונים היא $S_n = 2^7 - 2^{7-n}$.

א. הבע באמצעות n את ההפרש: $S_n - S_{n-1}$.

ב. הוכח שהסדרה הנתונה היא סדרה הנדסית יורדת.

ג. נסמן: $T_n = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$. הראה כי $\frac{S_n}{T_n} = 2^{13-n}$.

5. (5 יח', קיץ תשס"ג - 2003) נתונה סדרה שנוסחת האיבר הכללי שלה היא $a_n = 2n - 6$.

סכום n האיברים הראשונים בסדרה זו הוא S_n .

סדרה אחרת מקיימת: $b_{n+1} - b_n = S_n + 6$.

בסדרה האחרת (b_n) יש שלושה איברים עוקבים השווים זה לזה.

מצא את המקום של כל אחד מהאיברים אלה.

את המספר הראשוני 5039 ניתן להציג כך: $5039 = 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + 4 \cdot 4! + 5 \cdot 5! + 6 \cdot 6! = 7! - 1$

השאלות

4. א. $S_n - S_{n-1} = 2^{7-n}$

5. $b_2 = b_3 = b_4$

1. $S_n = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$

2. א. $S_n = k \cdot \frac{t^n - 1}{t - 1}$ ב. כן

3. א. $a_n = 2Bn - B + C$

ב. $B = -1\frac{1}{2}$, $C = 5\frac{1}{2}$

סדרות - סדרות המוגדרות לפי כלל נסיגה

1. (5 יח', קיץ תשנ"ב - 92) נתונה הסדרה: $a_{n+1} = 3n - a_n$, $a_1 = c$.

- א. הראה כי האיברים הנמצאים במקומות האיזוגיים מהווים סדרה חשבונית, וכי גם האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים מהווים סדרה חשבונית.
 ב. חשב את סכום n האיברים הראשונים בסדרה, אם נתון ש- n מספר זוגי. הראה שסכום זה בלתי תלוי ב- c .

2. (4 יח', קיץ תשנ"ג - 93) נתונה הסדרה: $a_{n+1} = 5 + 2n - a_n$; $a_1 = 9$.

- א. חשב את a_2 ואת a_3 .
 ב. הוכח כי האיברים העומדים במקומות האיזוגיים מהווים סדרה חשבונית, וגם האיברים העומדים במקומות הזוגיים מהווים סדרה חשבונית. הדרכה: הבע את a_{n+2} באמצעות a_n .
 ג. חשב את a_{99} .

3. (5 יח', קיץ תשנ"ג - 93) נתונה הסדרה: $a_{n+1} = \frac{2^n}{2a_n}$, $a_1 = 1$.

- א. הוכח שהסדרה החלקית a_1, a_3, a_5, \dots היא סדרה הנדסית.
 ב. הוכח שכל איבר הנמצא במקום זוגי בסדרה הנתונה שווה לאיבר הקודם לו בסדרה.

4. (4 יח', קיץ תשנ"ד - 94) נתונה הסדרה: $a_{n+1} = 2a_n + n^2 - 7$. נתון כי $a_3 = k$.

- א. מצא את הערך של k שעבורו a_3, a_4, a_5 הם שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית, וחשב את מנת הסדרה.
 ב. חשב את a_6 לפי נוסחת הנסיגה הנתונה, וקבע אם גם a_3, a_4, a_5 ו- a_6 יהיו ארבעה איברים עוקבים בסדרה ההנדסית שמצאת בסעיף א'. נמק.

5. (4 יח', קיץ תשנ"ה - 95) נתונה הסדרה: $a_{n+1} = 5n - a_n + 2$, $a_1 = -3$.

- א. חשב את חמשת האיברים: a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 .
 ב. הוכח כי $a_{n+2} - a_n = 5$.
 ג. סדרת האיברים העומדים במקומות האיזוגיים היא: a_1, a_3, a_5, \dots .
 חשב את הסכום של 40 האיברים הראשונים בסדרה זו. היעזר בסעיפים הקודמים.

תשובות

1. ב. $S_n = \frac{3n^2}{4}$

2. א. $a_2 = -2, a_3 = 11$. ג. $a_{99} = 107$

4. א. $q = 4\frac{1}{2}, k = \frac{4}{5}$. ב. $a_6 = 50.4$; לא

5. א. $a_2 = 10, a_3 = 2, a_4 = 15, a_5 = 7, a_6 = 20$. ג. $S_{40} = 3780$

25. (005, קיץ תש"ע - 2010, לוחמים)

סדרה מוגדרת לכל n טבעי, על ידי כלל הנסיגה: $a_{n+1} = 5n - a_n + 2$, $a_1 = -3$.

א. חשב את האיברים: a_2, a_3, a_4 .

ב. הוכח כי $a_{n+2} - a_n = 5$.

ג. חשב את $a_{n+12} - a_n$.

ד. חשב את סכום 39 האיברים הראשונים בסדרה.

26. (005, קיץ ע"ג - 2013, מועד ב)

סדרה מוגדרת על-ידי כלל הנסיגה: $a_{n+1} = a_n + 7n + p$, $a_1 = 4$, p הוא פרמטר.

א. (1) הבע את a_2 ואת a_3 באמצעות p .

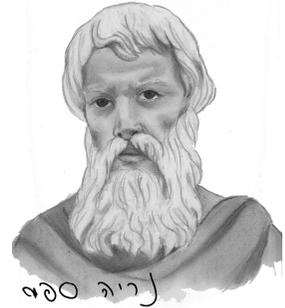
(2) הראה שהסדרה אינה סדרה חשבונית.

ב. מגדירים סדרה חדשה $b_n = 2a_n - 7n^2$. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית.

ג. נתון: $b_2 - b_1 = 3$. חשב את: (1) p (2) a_{20}

אוקלידס

הגאומטריה האוקלידית נקראת כך על שם **אוקלידס** 275-330 לפנה"ס. מתמטיקאי יווני שחי באלכסנדריה שבמצרים ויסד שם בית ספר. אחד מגדולי המתמטיקה היוונית. חבורו הגדול נקרא ספר 'היסודות' הכולל 13 כרכים בהם ביסס את הגאומטריה כמדע. הספר כולל את גאומטריה המישור, הנדסת המרחב ונושאים נבחרים בתורת המספרים. מספר תרגומיו של ספר זה נופל אך ורק ממספר תרגומי התנ"ך. הגאומטריה הרגילה המוכרת לנו, נקראת כאמור, 'גאומטריה אוקלידית' על שמו.



אחת האכסיומות של גאומטריה זו אומרת כי ישרים מקבילים אינם נפגשים לעולם. במאה ה-19 התפתחה הגאומטריה ה'לא אוקלידית' שנקודת המוצא שלה היא שקווים מקבילים אכן נפגשים - באינסוף. אוקלידס עסק ותרם גם בתחומי האסטרונומיה, האופטיקה, המוסיקה והמכניקה.

תשבות

25. א. $a_2 = 10, a_3 = 2, a_4 = 15$ ג. $a_{n+12} - a_n = 30$ ד. $S_{39} = 1935$

26. א. (1) $a_2 = 11 + p, a_3 = 25 + 2p$ ג. (1) $p = 5$ (2) $a_{20} = 1429$

טריגונומטריה במרחב

בכל השאלות במנסרה, הקטעים AA' , BB' , CC' , DD' הם המקצועות הצדייים של המנסרה.

1. (4 יח', קיץ תשכ"ז - 67) נתונה מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$.

בסיס המנסרה הוא משולש שווה-צלעות שאורך צלעו a .

אלכסון הפאה הצדדית, $A'C$, נטוי בזווית α לפאה הצדדית $BCC'B'$.

הבע את שטח מעטפת המנסרה הנתונה באמצעות a ו- α .

2. (5 יח', קיץ תשכ"ז - 67)

בסיסה של פירמידה ישרה הוא משולש שווה-שוקיים. אורך שוק המשולש הוא 40cm .

בסיס המשולש הוא 48cm , ואורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא 65cm .

חשב את הזוויות בין המקצועות הצדדיים לבין מישור הבסיס.

3. (4 יח', חורף תש"ל - 70) $ABCA'B'C'D'$ היא מנסרה ישרה. בסיסה הוא ריבוע $ABCD$.

את קדקודי הבסיס $ABCD$ חיברו עם נקודת החיתוך O של אלכסוני הבסיס $A'B'C'D'$.

$AA' = 12\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$.

א. מצא את הזווית שבין הישר AO לפאה $ADD'A'$.

4. (5 יח', חורף תש"ל - 70) בסיס מנסרה ישרה $ABCA_1B_1C_1D_1$ הוא ריבוע.

גובה המנסרה הוא h ו- $\angle B_1AD_1 = \alpha$.

א. הבע את צלע בסיס המנסרה הנ"ל באמצעות h ו- α .

ב. באיזה תחום צריכה להימצא זווית α , כדי שלבעיה יהיה פתרון?

ג. הבע את שטח המעטפת המנסרה הנ"ל באמצעות h ו- α .

5. (4 יח', קיץ תשל"א - 71)

אורך האלכסון AC' בתיבה $ABCA'B'C'D'$ הוא d .

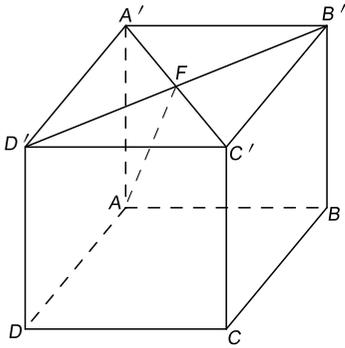
אלכסון זה יוצר עם בסיס התיבה זווית α , ועם הפאה $ADD'A'$ - זווית β .

הבע את נפח התיבה באמצעות d , α ו- β .

דרך כל שלוש נקודות נקודות ניתן להעביר קו ישר - אם הוא מספיק עבה...

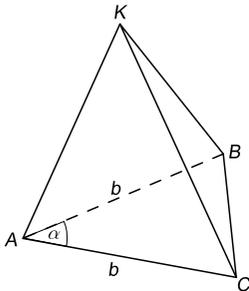
השאלות

1. $\frac{3a^2}{2} \sqrt{3 \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}$.1
 67.38° .2
 15.78° .א .3
4. א. $\frac{\sqrt{2} h \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\cos \alpha}}$ (י"א) .ב. $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.ג. $\frac{4\sqrt{2} h^2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\cos \alpha}}$.4
5. $V = d^3 \sin \alpha \sin \beta \sqrt{\cos^2 \beta - \sin^2 \alpha}$ (י"ק) .5



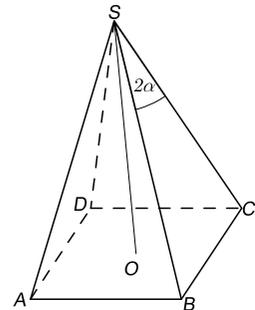
55. (5 יח', קיץ תשס"ג - 2003 - מועד ב')

נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה מלבן.
אלכסוני הבסיס $A'B'C'D'$ נפגשים בנקודה F .
אורכי צלעות הבסיס הם $DC = b$, $AD = a$.
הזווית בין הישר AF לבסיס $ABCD$ היא α .
א. הבע את גובה התיבה באמצעות a , b ו- α .



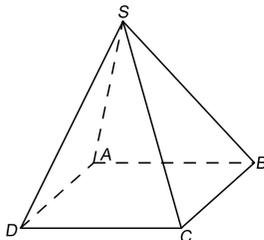
56. (5 יח', קיץ תשס"ג - 2003)

הבסיס של פירמידה ישרה $KABC$ הוא משולש שווה-שוקיים.
 $AB = AC = b$, $\angle BAC = \alpha$.
הזווית בין מקצוע צדדי לבסיס היא β .
א. הבע באמצעות α , β ו- b את נפח הפירמידה.



57. (5 יח', חורף תשס"ג - 2003)

נתונה פירמידה ישרה שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע.
הזווית שבין מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה היא β . $\angle BSC = 2\alpha$.
א. הוכח: $\cos^2 \beta = 2 \sin^2 \alpha$.
ב. נתון גם כי אורך גובה הפירמידה הוא $SO = h$.
הבע באמצעות h ו- α את שטח המעטפת של הפירמידה.



58. (004, קיץ תשס"ה - 2005, מועד א')

הבסיס של פירמידה ישרה $SABCD$ הוא מלבן $ABCD$.
נתון: $\angle SCB = 70^\circ$, $BC = 6 \text{ cm}$, $CD = 10 \text{ cm}$.
א. חשב את נפח הפירמידה.
ג. חשב את הזווית שבין המקצוע הצדדי לבסיס הפירמידה.

$8! = 40,320$ - רמז לחג 'שמחת תורה', הנקרא גם 'שמיני עצרת' שחל ביום השמיני של סוכות.

תהליך

57. ג. $S = 2 h^2 \operatorname{tg} 2\alpha$ (י"ר)

55. א. $h = \frac{\operatorname{tg} \alpha \sqrt{a^2 + b^2}}{2}$ (יחידות אורך)

58. א. $V = 131 \text{ cm}^3$ ג. $\beta = 48.32^\circ$

56. א. $V = \frac{1}{6} b^3 \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \beta$ (יחידות קוב)

חשבון דיפרנציאלי

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

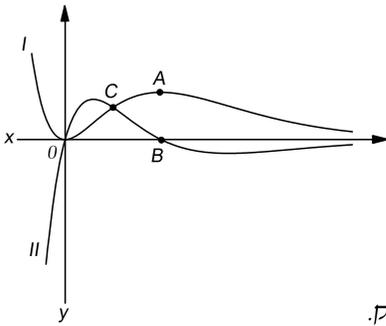
1. (4 יח', קיץ תשכ"ח - 68) חקור את הפונקציה $y = \ln(x^2 - 2x + 2)$: א. תחום הגדרה
 ב. נקודות קיצון ג. נקודות חיתוך עם הצירים ד. תחומי עליה וירידה ה. ציור סקיצת הגרף
2. (4 יח', חורף תשכ"ח - 68) חקור את הפונקציה $y = \frac{x^2}{e^x}$: א. תחום הגדרה ב. נקודות קיצון
 ג. תחומי עליה וירידה ד. חיתוך עם הצירים ה. ציור סקיצה של גרף הפונקציה
3. (4 יח', קיץ תשל"ב - 72) חקור את הפונקציה: $y = 4x^2 e^{-x}$: א. תחום הגדרה
 ב. חיתוך עם הצירים ג. נקודות קיצון ד. תחומי עליה וירידה ה. שרטוט סקיצת הגרף
4. (4 יח', קיץ תשל"ו - 76) חקור את הפונקציה $y = x \ln x$: א. תחום הגדרה ב. נקודות קיצון
 ג. תחומי עליה וירידה ד. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה
5. (4 יח', חורף תשל"ח - 78) חקור את הפונקציה $y = x^2 e^x$: א. חיתוך עם הצירים
 ב. נקודות קיצון ג. תחומי עליה וירידה ד. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה
6. (4 יח', קיץ תשל"ה - 78) חקור את הפונקציה $y = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$: א. תחום הגדרה ב. נקודות קיצון
 ג. תחומי עליה וירידה ד. האם גרף הפונקציה חותך את ציר x? נמק ה. סקיצת גרף הפונקציה

הסתברות מפתיעה

ההסתברות ששני אנשים מתוך 23 אנשים אקראיים, חוגגים יום הולדת באותו תאריך גבוהה מ-50%!
 (ההסתברות היא 0.5073)

שאלות

1. א. $\forall x$ ב. $\min(1, 0)$ ג. $(0, \ln 2)$ ד. $x > 1$, $x < 1$ ה. עמ' 70
2. א. $\forall x$ ב. $\max(2, \frac{4}{e^2})$, $\min(0, 0)$ ג. $0 < x < 2$, $(x < 0) \cup (x > 2)$ ד. $(0, 0)$ ה. עמ' 70 (לא נדרש: $y = 0$ אסימפטוטה חד-צדדית)
3. א. $\forall x$ ב. $(0, 0)$ ג. $\max(2, \frac{16}{e^2})$, $\min(0, 0)$ ד. $0 < x < 2$, $(x < 0) \cup (x > 2)$ ה. עמ' 70
4. א. $x > 0$ ב. $\min(\frac{1}{e}, -\frac{1}{e})$ ג. $x > \frac{1}{e}$, $0 < x < \frac{1}{e}$ ד. עמ' 70
5. א. $(0, 0)$ ב. $\max(-2, \frac{4}{e^2})$, $\min(0, 0)$ ג. $-2 < x < 0$, $(x < -2) \cup (x > 0)$ ד. עמ' 70 (לא נדרש: $y = 0$ אסימפטוטה חד-צדדית)
6. א. $x > 0$ ב. $\min(1, \frac{1}{2})$ ג. $x > 1$, $0 < x < 1$ ד. לא ה. עמ' 70



68. (004, קיץ תשע"ב - 2012, לוחמים)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$.

בציור שלפניך מוצגים גרפים I ו-II.

אחד מהגרפים הוא גרף הפונקציה,

והגרף האחר הוא גרף הנגזרת שלה.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. איזה גרף, I או II, הוא גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

ג. (1) מצא את תחום העלייה של $f(x)$.

(2) מצא את תחום החיוביות ואת תחומי השליליות של גרף II. נמק.

ד. על הגרפים I ו-II מסומנות הנקודות A ו-B.

AB מקביל לציר y. נקודה B נמצאת על ציר x.

(1) חשב את אורך הקטע AB.

(2) אחת מנקודות החיתוך של הגרפים I ו-II היא נקודה C המסומנת בציור.

מצא את שטח המשולש ABC.

69. (004, חורף תשע"ג - 2013)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3x^2 - 8x}{e^x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. פונקצית הנגזרת של $g(x)$ מקיימת: $f(x) = g'(x)$.

מצא את שיעורי הנקודה x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$. נמק.

השניה הראשונה

00:00:01

תשובות

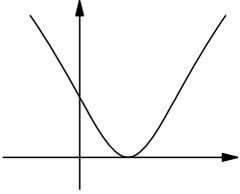
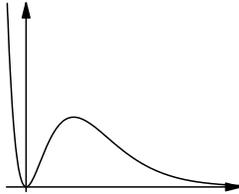
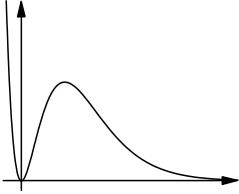
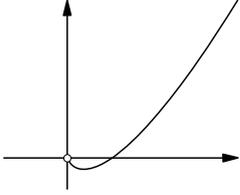
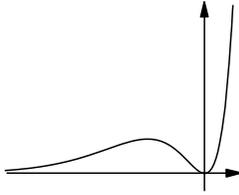
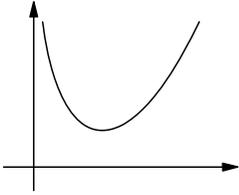
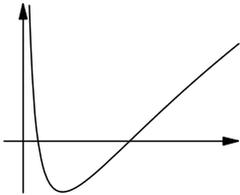
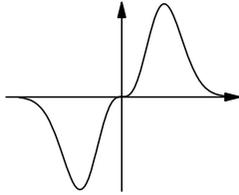
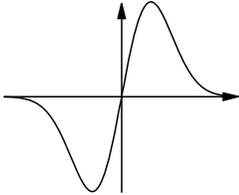
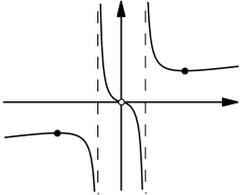
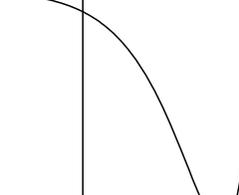
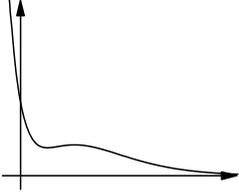
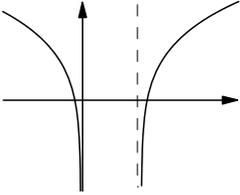
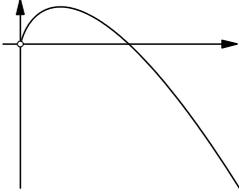
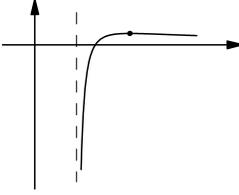
68. א. $\forall x$ (כל x) ב. $f(x) \leftrightarrow I$

ג. (1) $0 < x < 2$; (2) $0 < x < 2$; $-\infty < x < 0$; $x > 2$

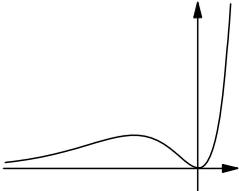
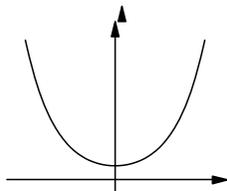
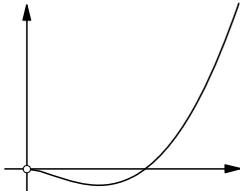
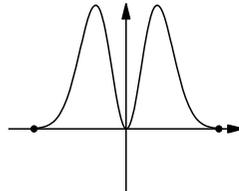
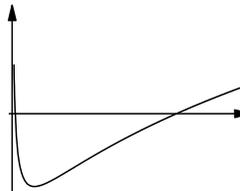
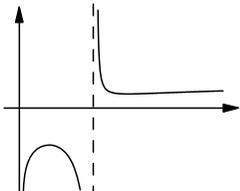
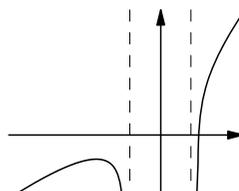
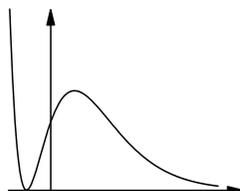
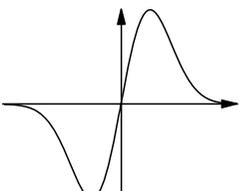
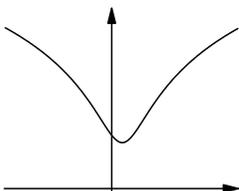
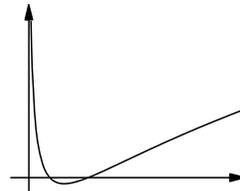
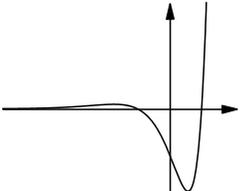
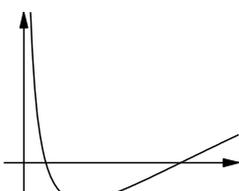
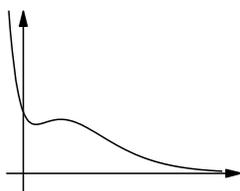
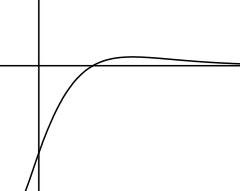
ד. (1) $AB = \frac{4}{e^2} = 0.54$ (יחידת אורך) ; (2) $S_{ABC} = \frac{2}{e^2} = 0.27$ (יחידה ריבועית)

69. א. $\forall x$ ב. $(\frac{8}{3}, 0)$; ג. $(0, 0)$; ד. $\min(\frac{2}{3}, -2.05)$; ע. $\frac{8}{3}$; ה. $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{8}{3}$

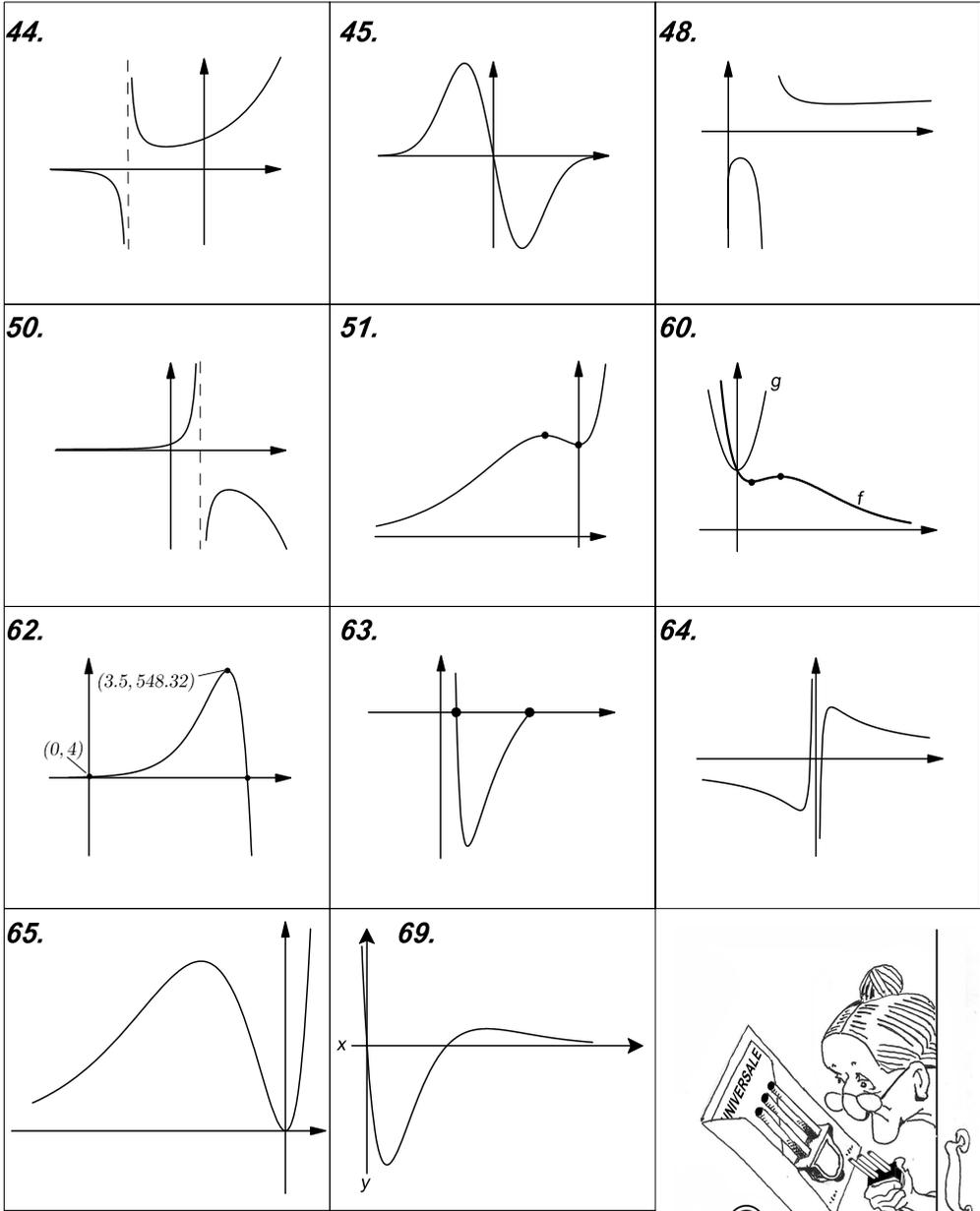
תשובות

| | | |
|--|--|---|
| <p>1.</p>  | <p>2.</p>  | <p>3.</p>  |
| <p>4.</p>  | <p>5.</p>  | <p>6.</p>  |
| <p>7.</p>  | <p>8.</p>  | <p>9.</p>  |
| <p>10.</p>  | <p>19.</p>  | <p>22.</p>  |
| <p>24.</p>  | <p>25.</p>  | <p>27.</p>  |

תשובות

| | | |
|--|--|---|
| <p>29.</p>  | <p>30.</p>  | <p>31.</p>  |
| <p>32.</p>  | <p>33.</p>  | <p>34.</p>  |
| <p>35.</p>  | <p>36.</p>  | <p>37.</p>  |
| <p>38.</p>  | <p>39.</p>  | <p>40.</p>  |
| <p>41.</p>  | <p>42.</p>  | <p>43.</p>  |

תשובות



שלום מתוזמן

המילה 'שלום' מופיעה בפעם הראשונה בתנ"ך בספר בראשית כברית בין הבתרים (בראשית ט"ו ט"ו).
פסוק זה הוא הפסוק ה-376 בתורה. מספר זה הוא בדיוק הערך הגימטרי של המילה 'שלום'.

חשבון דיפרנציאלי - חקירת פונקציות - פונקציות טריגונומטריות

1. (4 יח', קיץ תשכ"ז - 67) נתונה הפונקציה: $y = 2 \sin x + \sin 2x$.

- א. מה הוא תחום קיום הפונקציה?
 ב. מה הן נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$?
 ג. באיזה תחום חלקי של התחום $0 \leq x \leq 2\pi$ עולה הפונקציה ובאיזה תחום חלקי היא יורדת?
 ד. באילו נקודות חותך גרף הפונקציה את ציר x, ובאיזה נקודה - את ציר y?
 ה. שרטט ע"ס התשובות בסעיפים ב'-ד' סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

2. (4 יח', קיץ תשכ"ט - 69) נתונה הפונקציה: $y = 3 \sin x + \sqrt{3} \cos x$.

- א. באיזה תחום מוגדרת הפונקציה?
 ב. מה הן נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה הנתונה בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$?
 ג. באילו תחומים חלקיים של התחום $0 \leq x \leq 2\pi$ הפונקציה עולה, ובאילו היא יורדת?
 ד. מה הן נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x ועם ציר y בתחום הנ"ל?
 ה. שרטט ע"ס התשובות א'-ד' סקיצה של גרף הפונקציה.

3. (4 יח', חורף תש"ל - 70) נתונה הפונקציה: $y = \cos x + \cos 2x$.

- א. מאיזה תחום מוגדרת הפונקציה?
 ב. מה הן נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$?
 ג. באילו תחומים חלקיים של התחום $0 \leq x \leq 2\pi$ עולה הפונקציה ובאילו היא יורדת?
 ד. באילו נקודות חותך גרף הפונקציה (בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$) את ציר x ובאילו - את ציר y?
 ה. שרטט ע"פ הסעיפים א'-ד' סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

251 הוא המספר הקטן ביותר הניתן להצגה בשני אופנים שונים כסכום של שלושה מספרים קוביים:

$$251 = 1^3 + 5^3 + 5^3 = 2^3 + 3^3 + 6^3$$

תולדות

1. א. $\forall x$ ב. $\max(\frac{\pi}{3}, \frac{3}{2}\sqrt{3})$, $\min(\frac{5}{3}\pi, -\frac{3}{2}\sqrt{3})$ ג. $\frac{\pi}{3} < x < \frac{5}{3}\pi \cup (0 < x < \frac{\pi}{3})$ ד. $(2\pi, 0)$, $(\pi, 0)$, $(0, 0)$ ה. עמ' 84

2. א. $\forall x$ ב. $\max(\frac{\pi}{3}, 2\sqrt{3})$, $\min(\frac{4}{3}\pi, -2\sqrt{3})$ ג. $\frac{\pi}{3} < x < \frac{4}{3}\pi$, $\frac{4}{3}\pi < x < 2\pi \cup (0 < x < \frac{\pi}{3})$ ד. $(0, \sqrt{3})$, $(\frac{11}{6}\pi, 0)$, $(\frac{5}{6}\pi, 0)$ ה. עמ' 84

3. א. $\forall x$ ב. $\max(\pi, 0)$, $\min(4.46, -\frac{9}{8})$, $\min(1.82, -\frac{9}{8})$ ג. $(\pi < x < 4.46) \cup (0 < x < 1.82)$ ד. $(0, 2)$, $(\frac{5}{3}\pi, 0)$, $(\pi, 0)$, $(\frac{\pi}{3}, 0)$ ה. עמ' 84

ג. $(1.82 < x < \pi) \cup (4.46 < x < 2\pi)$, $\frac{\pi}{3} < x < \frac{4}{3}\pi$

40. (804, קיץ תש"ע - 2010, מועד ב)

$$f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x} \text{ בתחום } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi.$$

- א. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום הנתון, וקבע את סוגן.
 ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים בתחום הנתון.
 ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

41. (004, קיץ תש"ע - 2010, מועד א - המבחן הגנוז)

$$f(x) = \frac{a}{1 - \sin x} \text{ בתחום } 0 \leq x \leq 2\pi, a \neq 0 \text{ פרמטר.}$$

בתחום הנתון מצא את:

- (1) תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (2) האסמפטוטה של הפונקציה המקבילה לציר y .
 (3) סימן הפרמטר a , אם ידוע כי בנקודה שבה $x = \pi$ הפונקציה יורדת.
 ב. (1) גרף הפונקציה חותך בתחום הנתון את הישר $y = 1$ בשלוש נקודות שבהן: $x = 0, x = \pi, x = 2\pi$. מצא את ערך הפרמטר a .
 (2) הצב את הערך של a שמצאת, ומצא בתחום הנתון את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
 ג. עבור a שמצאת, סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

42. (004, חורף תשע"ב - 2012, לוחמים)

$$y = \frac{1}{\cos x} + 2 \text{ בתחום } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}.$$

א. בתחום הנתון מצא את:

- (1) האסימפטוטות של גרף הפונקציה המקבילות לציר y .
 (2) נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x ועם ציר y (אם יש כאלה).
 ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
 ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.
 ד. הישר $y = a$ הוא משיק לגרף הפונקציה. מצא את הערך של a .

תשובות

40. א. $\min_{ep} (-\frac{\pi}{2}, -\frac{1}{2})$, $\max (\frac{2\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$, $\min (\frac{4\pi}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3})$, $\max_{ep} (2\pi, 0)$

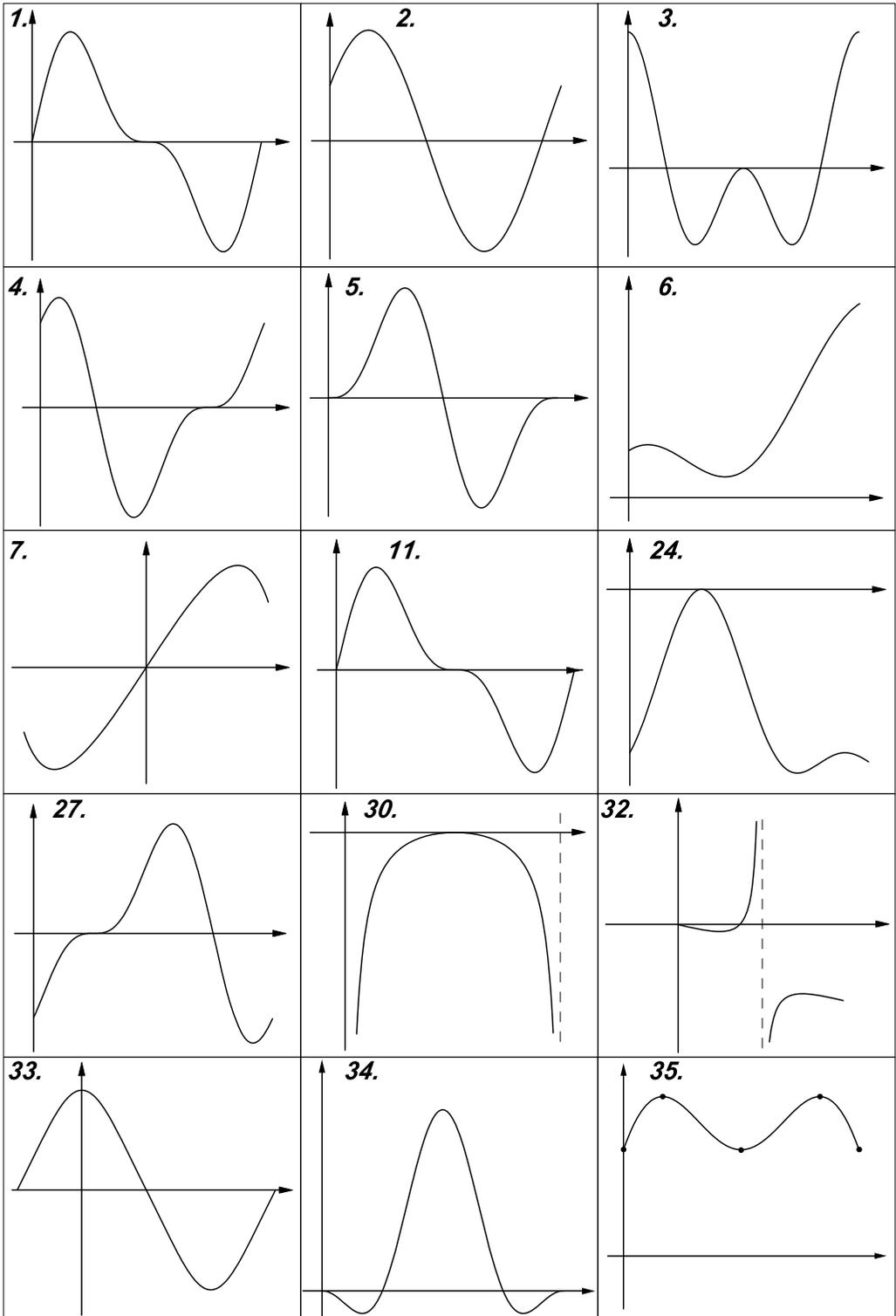
ב. $(0, 0)$, $(\pi, 0)$, $(2\pi, 0)$ עמ' 85

41. א. (1) $(\frac{\pi}{2} < x \leq 2\pi) \cup (0 \leq x < \frac{\pi}{2})$ (2) $x = \frac{\pi}{2}$ (3) $\text{sign}(a) = +$

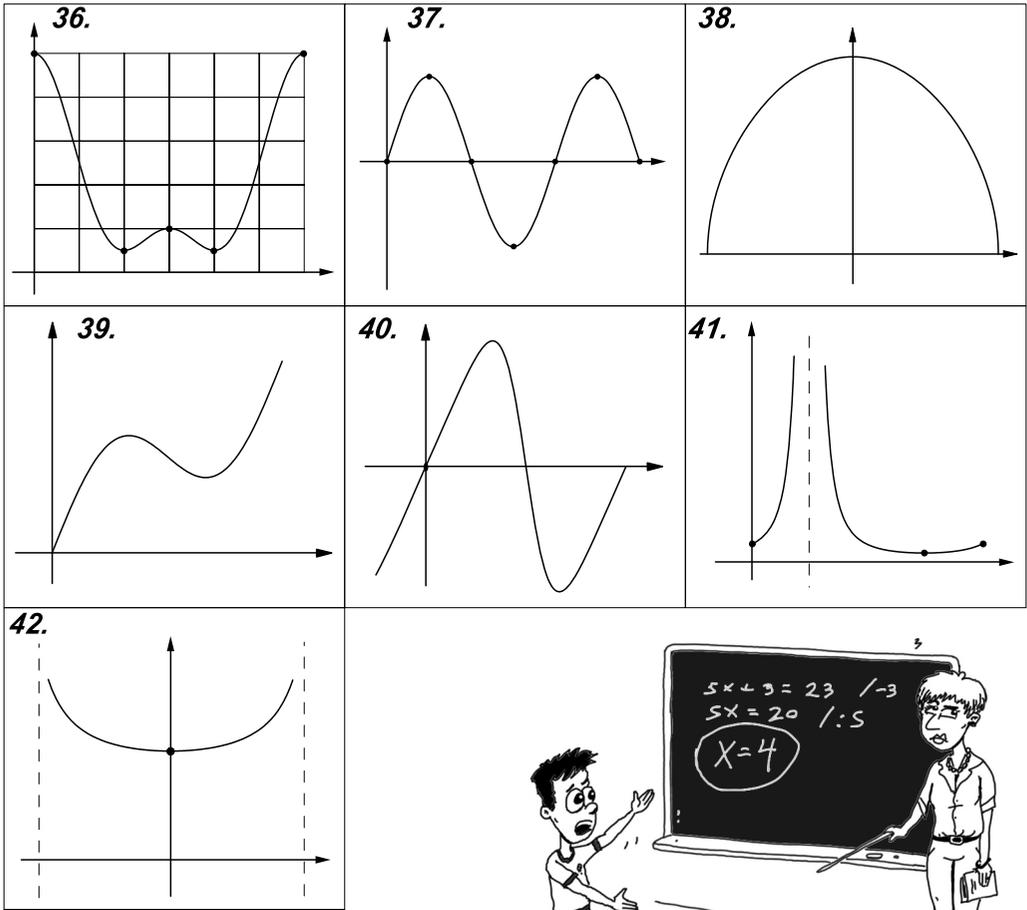
ב. (1) $a = 1$ (2) $\max_{ep} (2\pi, 1)$, $\min (\frac{3\pi}{2}, \frac{1}{2})$, $\min_{ep} (0, 1)$ עמ' 85

42. א. (1) $x = \pm \frac{\pi}{2}$ (2) $(0, 3)$ (3) $\min (0, 3)$ עמ' 85 ד. $a = 3$

תשובות



תולות



אבל רק לפני רגע אמרת ש- $X=3$!
16/01/81

כולנו מכירים של השלשה הפיתגורית של מספרים עוקבים: $3^2 + 4^2 = 5^2$.
זו השלשה הפתגורית היחידה של מספרים עוקבים. ובכל זאת, היא אינה מקרית.
שלשה זו, היא חלק ממשפחת אינסופית של סכומים ריבועים של מספרים עוקבים:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$$

$$21^2 + 22^2 + 23^2 + 34^2 = 25^2 + 26^2 + 27^2$$

$$36^2 + 37^2 + 38^2 + 39^2 + 40^2 = 41^2 + 42^2 + 43^2 + 44^2$$

$$55^2 + 56^2 + 57^2 + 58^2 + 59^2 + 60^2 = 61^2 + 62^2 + 63^2 + 64^2 + 65^2$$

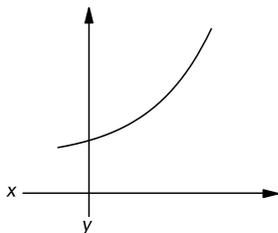
$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$(2n^2 + n)^2 + \dots + (2n^2 + 2n)^2 = (2n^2 + 2n + 1)^2 + \dots + (2n^2 + 3n)^2$$

חשבון אינטגרלי

פונקציות מעריכיות

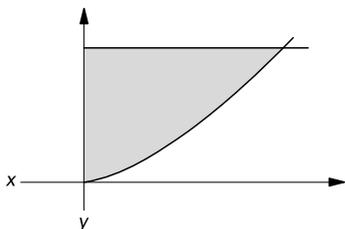


1. (4 יח', קיץ תש"ן - 90) נתונה הפונקציה $y = 2 + e^x$.

א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה בה $x = 1$.

ב. חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה,

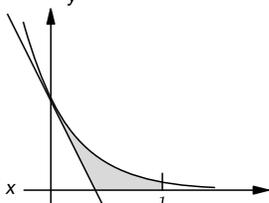
על-ידי המשיק ועל-ידי ציר y .



2. (4 יח', קיץ תשנ"ג - 93)

חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף

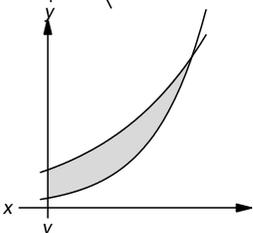
הפונקציה $y = 2^x$, על-ידי הקו $y = 8$ ועל-ידי ציר y .



3. (4 יח', חורף תשנ"ד - 94) מצא את השטח המוגבל על-ידי

הפונקציה $f(x) = e^{-3x}$, על-ידי הישר המשיק לגרף בנקודה

שבה $x = 0$, על-ידי ציר x ועל-ידי הישר שמשוואתו $x = 1$.

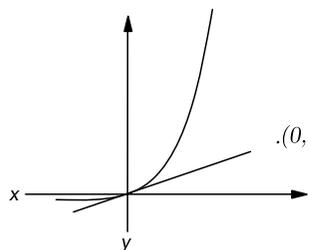


4. (4 יח', קיץ תשנ"ה - 95) נתונות הפונקציות:

$$f(x) = 4^x \quad \text{ו} \quad g(x) = 4 \cdot 2^x$$

מצא את השטח המוגבל על-ידי הגרפים של שתי הפונקציות

ועל-ידי ציר y .



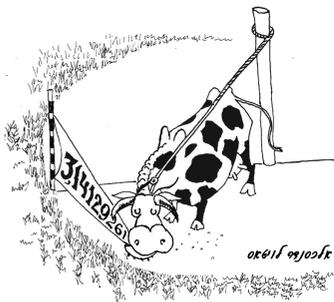
5. (4 יח', חורף תשנ"ז - 96) נתונה הפונקציה $y = e^{2x} - e^x$.

א. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $(0, 0)$.

ב. חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה,

על-ידי המשיק ועל-ידי הישר $x = 1$.

תשבות



1. א. $y = ex + 2$ ב. $S = \frac{e}{2} - 1 = 0.36$ (יחידות ריבועיות)

2. $S = 24 - \frac{7}{\ln 2} = 13.9$ (יחידות ריבועיות)

3. $S = \frac{1}{6} - \frac{1}{3e^3} = 0.15$ (יחידות ריבועיות)

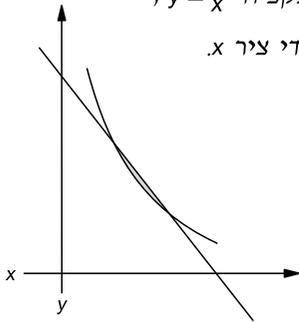
4. $S = \frac{9}{\ln 4} = 6.49$ (יחידות ריבועיות)

5. א. $y = x$ ב. $S = \frac{e^2}{2} - e = 0.9762$ (יחידות ריבועיות)

חשבון אינטגרלי - פונקציות שפתרון לגריתמי

1. (4 יח', חורף תש"ן - 89) מצא את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה $y = \frac{5}{x}$,

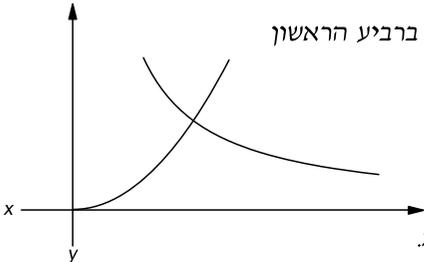
על-ידי המשיק לגרף זה בנקודה $(1,5)$, על-ידי הישר $x = 5$ ועל-ידי ציר x .



2. (4 יח', קיץ תשנ"ד - 94)

לפניך הגרפים של הפונקציות $y = -2x + 5$ ו- $y = \frac{3}{x}$.

חשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים.



3. (4 יח', חורף תשס"א - 2001) בצויר שלפניך מתוארות ברביע הראשון

הגרפים של הפונקציות: $y = \frac{9}{x}$ ו- $y = \frac{1}{3}x^2$.

א. חשב את שיעורי נקודת החיתוך בין הפונקציות.

ב. חשב את השטח המוגבל על-ידי הישר $x = 3e$,

על-ידי הגרפים של שתי הפונקציות, ועל-ידי ציר x .

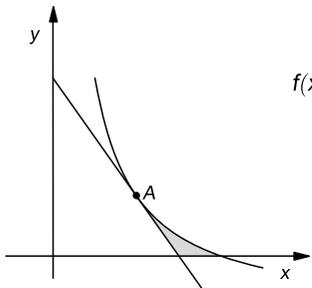
4. (4 יח', קיץ תשס"ב - 2002 - מועד ב)

א. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{4}{x} - 1$

בנקודה $A(2,1)$

ב. חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציות,

על-ידי המשיק, ועל-ידי ציר x בתחום $x > 0$.

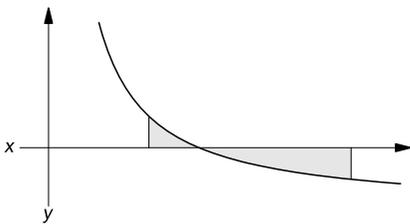


5. (004, קיץ ס"ד - 2004, מועד א) נתונה הפונקציה:

$$g(x) = \frac{3}{x} - 1 \quad x > 0$$

חשב את השטח המוגבל ע"י: גרף הפונקציה,

ציר x , והישרים $x = 2$ ו- $x = 6$.



תשובות

1. $S = 5 \ln 5 - 2\frac{1}{2} = 5.55$ (יחידות ריבועיות)

2. $S = 0.0336$ (יחידות ריבועיות)

3. א. $A(3,3)$ ב. $S = 12$ (יחידות ריבועיות)

4. א. $y = -x + 3$ ב. $S = \ln 16 - 2.5 = 0.2726$ (י"ר)

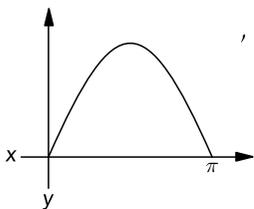
5. $S = 2 + \ln \frac{27}{64} = 1.137$ (יחידות ריבועיות)



חשבון אינטגרלי - פונקציות טריגונומטריות

1. (4 יח', קיץ תש"ל - 70) שרטט את הגרפים של הפונקציות: $y = \sin x$ ו- $y = \sin 2x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$, ומצא את השטח המוגבל בקשתות הגרפים הנ"ל שבין שתי נקודות החיתוך שבתחום $0 < x \leq \pi$ (שים לב שאין לזכור את הנקודה שבה $x = 0$).

2. (4 יח', קיץ תשל"א - 71) הגרפים של הפונקציות $y = \sin x$ ו- $y = \cos 2x$ נפגשים בשתי נקודות בתחום $0 \leq x \leq \pi$. הקשתות של הגרפים הנ"ל בין שתי נקודות אלה מגבילות שטח. חשב את גודלו של שטח זה.



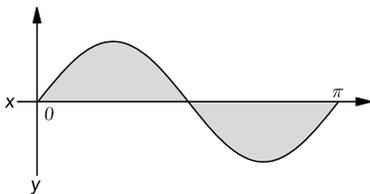
3. (4 יח', חורף תשנ"ג - 92) בציור מתואר גרף הפונקציה $y = \sqrt{2} \sin x$,

בתחום $0 \leq x \leq \pi$. בנקודה שעל גרף הפונקציה שבה $x = \frac{3\pi}{4}$

מעבירים משיק לגרף הפונקציה.

א. מצא את משוואת המשיק

ב. חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה, על-ידי המשיק ועל-ידי ציר x .



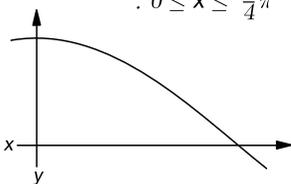
4. (4 יח', קיץ תשנ"ד - 94)

א. חשב את הנגזרת של הפונקציה $y = \sin^2 x$.

ב. בציור שלפניך מתואר גרף של הפונקציה

$g(x) = \sin x \cdot \cos x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

הראה כי $g(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$, וחשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה ועל-ידי ציר x .



5. (4 יח', חורף תשנ"ה - 95) נתונה הפונקציה $y = \cos x$, בתחום $0 \leq x \leq \frac{3}{4}\pi$.

מצא את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה,

על-ידי המשיק שמשוואתו $y = -x + \frac{\pi}{2}$ ועל-ידי ציר y .

קשה - זאת אומרת: אפשר (זאב ז'בוטינסקי)



4. א. $y' = \sin 2x$ ב. $S = 1$

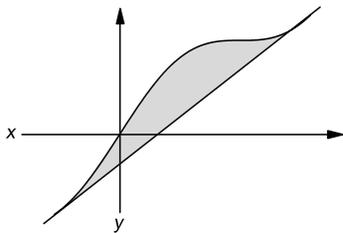
1. $S = 2\frac{1}{4}$ (י"ר), עם 115

5. $S = \frac{\pi^2}{8} - 1 = 0.234$ (יחידות ריבועיות)

2. $S = 1.5\sqrt{3} = 2.6$ (יחידות ריבועיות)

3. א. $y = -x + \frac{3}{4}\pi + 1$

ב. $S = 1.5 - \sqrt{2} = 0.086$

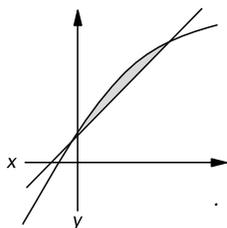


6.6 (4 יח', קיץ תשנ"ה - 95)

נתונה הפונקציה $y = x + \sin x$ בתחום $-\pi < x < 2\pi$, ונתון הישר שמשוואתו $y = x - 1$.
א. מצא בתחום הנתון את נקודות המשותפות לגרף הפונקציה ולישר.

ב. הוכח כי בנקודות, שמצאת בסעיף א', הישר משיק לגרף הפונקציה.

ג. חשב את השטח, המוגבל ע"י גרף הפונקציה וע"י הישר, בתחום שבין הנקודות שמצאת בסעיף א'.

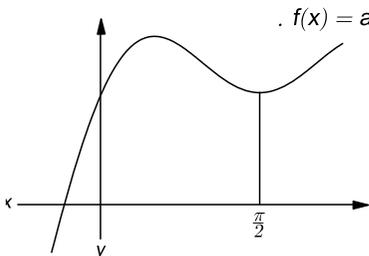


6.7 (4 יח', קיץ תשנ"ז - 97)

נתונה הפונקציה: $y = 2x + \sin x + \cos x$ והישר $y = 2x + 1$.

א. מצא את הנקודות המשותפות לפונקציה ולישר (פתרון כללי).

ב. מצא את השטח הכלוא בין הפונקציה לבין הישר בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.



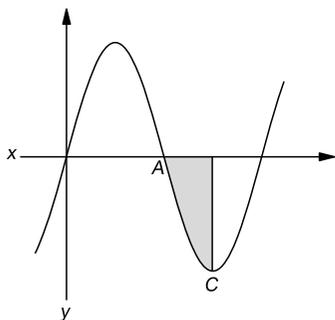
6.8 (4 יח', קיץ תשנ"ז - 97) נתונה הפונקציה $f(x) = a \cdot \sin x + \cos 2x$

לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{6}$.

א. מצא את a .

ב. חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה,

ע"י ציר x וע"י הישרים $x = 0$ ו- $x = \frac{\pi}{2}$.



6.9 (4 יח', חורף תשס"ג - 2003)

בציר מתואר קטע של גרף הפונקציה $y = 4 \sin x$.

א. מצא את שיעור x של נקודת החיתוך A

של גרף הפונקציה עם ציר x .

ב. מצא את שיעור x של נקודת המינימום C של הפונקציה.

ג. מנקודה C הורידו אנך לציר x .

חשב את השטח המוגבל ע"י האנך, ע"י גרף הפונקציה וע"י ציר x .

תולדות

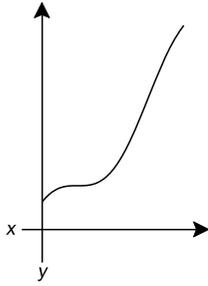
6.6 **א.** $x_1 = -\frac{\pi}{2}, x_2 = \frac{3\pi}{2}$ **ג.** $S = 2\pi$ (יחידות ריבועיות)

6.7 **א.** $(2\pi k, 4\pi k + 1), (\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \pi + 4\pi k + 1)$ **ב.** $S = 2 - \frac{\pi}{2} = 0.429$ (יחידות ריבועיות)

6.8 **א.** $a = 2$ **ב.** $S = 2$ (יחידות ריבועיות)

6.9 **א.** $x_A = \pi$ **ב.** $x_C = \frac{3\pi}{2}$ **ג.** $S = 4$ (יחידות ריבועיות)

38. (004, חורף תשע"ג - 2013)



נתונה הפונקציה $f(x) = x + \cos x$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

בתחום הנתון מצא את:

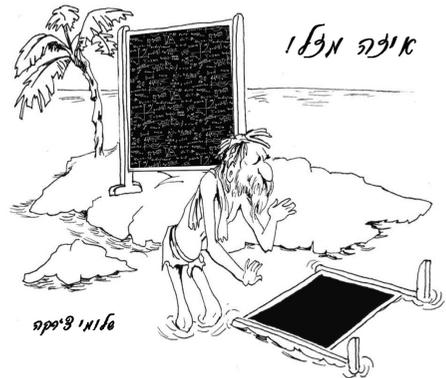
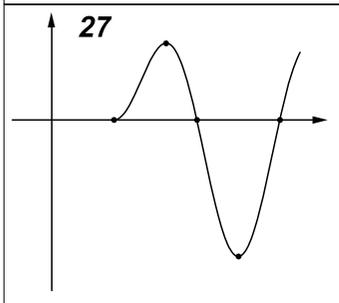
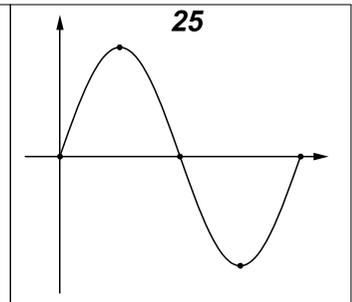
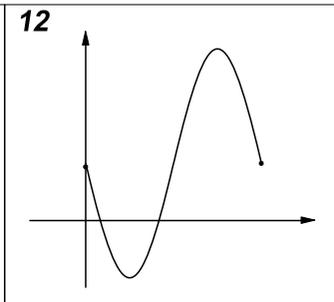
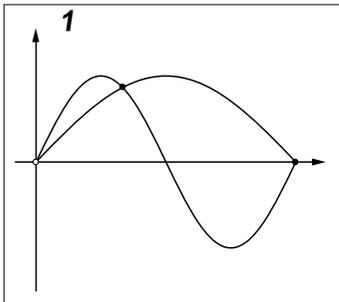
א. נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן. נמק.

ב. משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה ומקביל לציר x .

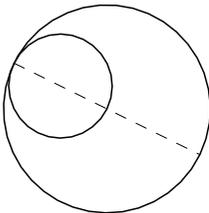
ג. השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

ע"י המשיק שאת משוואתו מצאת, וע"י ציר y .

תשובות



מעגל שמשרטט קו ישר



בציור מעגל קטן משיק למעגל גדול מבפנים.

אורך רדיוס המעגל הגדול גדול פי שניים מאורך רדיוס המעגל הקטן.

אם ננעץ כלי כתיבה על המעגל הקטן בנקודת ההשקה,

ונסובב אותו לאורך היקף המעגל הגדול מבפנים תוך כדי המשך השקתו לו,

המסלול שישרטט כלי הכתיבה יהיה קו ישר!

תשובות

38. א. $\min_{ab} (0, 1)$, $\max_{ab} (2\pi, 2\pi + 1)$ ב. $y = \pi$ ג. $S = \frac{\pi^2}{8} - 1 = 0.2337$ (יחידה ריבועית)

מבנה מבחן הבגרות לשאלון 482 (805)

שאלון ד' (35804) מהווה 65% מהציון הסופי.

שאלון ה' (35805) מהווה 35% מהציון הסופי.

משך זמן המבחן: שעה ושלושה רבעים.

פרק א - בחירה: שאלה אחת מתוך שתי שאלות.

סדרות, טריגונומטריה במרחב.

פרק ב - בחירה: שתי שאלות מתוך 3 שאלות.

בעיות גדילה ודעיכה, חדר"א של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות חזקה (עם מעריך רציונלי),

פונקציות מעריכיות, פונקציות לוגריתמיות.

הערה חשובה:

מבנה זה מיושם החל ממועד חורף תשע"ג, ולכן מבנה כל המבחנים בספר עד מועד חורף תשע"ג,

שונים מהמבנה לעיל.

הגרפים הנדרשים במבחנים של חלק זה - מוצגים בסוף הספר

13 - מול של שם

לנח היו שלושה בנים: שם, חם ויפת.

היהודים (וגם הערבים) הם בני שם. מכאן המילה אנטישמיות (אנטי שם).

הצאצא ה־13 של שם הוא יקטן: עילם, אשור, ארפכשד, לוד, ארם, עוץ, חול, גתר, מש, שלח, עבר, פלג, יקטן.

ליקטן היו 13 ילדים: אלמורד, שלף, חצרמות, ירח, הרורם, אוול, דקלה, עובל, אבימאל, שבא, אופר, חוילה, יובב.

הפרשיה המספרת לנו זאת היא כבראשית. פרק י', פסוקים כ"א-ל"ב.

$$13^2 = 169 \text{ בקטן בגימטריה שווה}$$

סכום הגימטריות של כל 13 צאצאי שם מתחלק ב־13:

$$\begin{aligned} & \text{עילם (150) + אשור (507) + ארפכשד (605) + לוד (40) + ארם (241) + עוץ (166) + חול (44)} \\ & + \text{גתר (603) + מש (340) + שלח (338) + עבר (272) + פלג (113) + יקטן (169) = 3588} \end{aligned}$$

סכום הגימטריות של כל 13 צאצאי יקטן מתחלק ב־13:

$$\begin{aligned} & \text{אלמורד (85) + שלף (410) + חצרמות (744) + ירח (218) + הרורם (255) + אוול (44) + דקלה (139)} \\ & + \text{עובל (108) + אבימאל (84) + שבא (303) + אופר (287) + חוילה (59) + יובב (20) = 2756} \\ & 2756 : 13 = 212 \end{aligned}$$

בחומש מתוקמות פרשיות באותיות 'פ' (פתוחה) או 'ס' (סגורה).

הפרשיה שמספרת לנו את תולדות שם נמצאת כבראשית פרק י' פסוקים כ"א-כ"ט.

מספר המילים באותה פרשיה מתחלק ב־13, ומספר האותיות באותה פרשיה מתחלק ב־13.

$$\text{הפרשיה מכילה 104 מילים (8 = 104 : 13), ו־390 אותיות (10 = 390 : 13)}$$

הצימוק שבעוגה: המילה ה־169 (13²) בספר דברי הימים היא: יקטן !!!

(אוסקר גולדברג / הרב שמואל יניב)

מבחן 1 - קיץ תש"ע - 2010 - מועד א

בחירה: שלוש שאלות מתוך ארבע.

גדילה ודעיכה

1. מ^{100gr} חומר רדיואקטיבי I נשארו כעבור 4 שנים 72gr שלא התפרקו.

א. מצא את זמן מחצית החיים של חומר I.

זמן מחצית חיים של חומר רדיואקטיבי II גדול פי 2 מזמן מחצית החיים של חומר רדיואקטיבי I.

ב. מצא באיזה אחוז קטנה כל שנה כמות החומר II.

ג. מצא את הכמות של חומר II שממנה יישארו 80gr כעבור 4 שנים.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

2. נתונה הפונקציה $y = x + \frac{4}{x-1}$ בתחום $x > 1$.

העבירו לגרף הפונקציה משיק שמשוואתו $y = 5$,

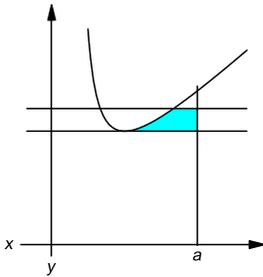
והעבירו ישר המקביל למשיק ונמצא מעליו

במרחק יחידה אחת ממנו.

א. מצא את השיעורים של נקודת ההשקה של המשיק לגרף הפונקציה.

ב. השטח, המוגבל על ידי שני הישרים המקבילים, על ידי גרף הפונקציה

ועל ידי הישר $x = a$, שווה ל- $4 \ln 2 - 1$. מצא את הערך של a.



3. שאלה זו כבר אינה בחומר הלימודים של שאלון זה (בעית קיצון).

המלחמה הקצרה ביותר

מלחמת אנגליה-זנויבר התנהלה בין האימפריה הבריטית לזנויבר ב-27.8.1896. המלחמה ארכה 38 דקות.

הסולטאן של זנויבר עד אז, שיתף פעולה עם הבריטים. אחיינו תפס את השלטון לאחר מות הסולטאן.

הבריטים דרשו ממנו להתפטר כי העדיפו מועמד אחר.

לאחר שפקע האולטימטום שלהם לאותו אחיין בשעה 9:00 בבוקר, הפגיוו ספינות הצי את הארמון, היאכטה של

המושל ואת המגדלור המקומי. ההפגזה הופסקה לאחר 38 דקות וכך בא הקץ לשלטונו של האחייין.

במהלך אותם 38 דקות נהרגו כ-500 איש.

זה עדיין פחות מקצב המוות שהיה במלחמת העולם שניה: כ-1200 מידי שעה!

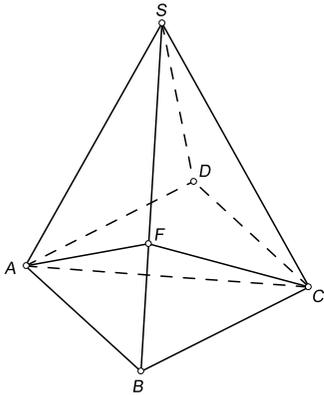


1. א. 8.44years ב. 4.02% ג. 94.27gr

2. א. (3, 5) ב. a = 6

3. A(ln 2, 24)

טריגונומטריה במרחב



4. נתונה פירמידה ישרה $SABCD$

שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע.

אורך צלע הריבוע הוא 10cm ,

ואורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא 13cm .

א. חשב את הגובה AF למקצוע SB בפאה SAB .

בהצלחה

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך, התרבות והספורט

ביצת קולומבוס

אגדה מספרת שקולומבוס, במסעו לגילוי אמריקה, אָתְגַר את מלחיו בבעיה הבאה:

כיצד ניתן להעמיד ביצה על חודה בלי שהיא תיפול?

הוא הכניח פרס גדול למי שיצליח לעשות זאת. המלחים ניסו את כוחם, אבל כמובן, לא הצליחו.

ואז הראה להם קולומבוס כיצד הדבר אפשרי: הוא הניח את הביצה על השולחן בחווקה, תוך כדי ניפוצה.

להעמיד ביצה שבורה על חודה - זו באמת לא בעיה . . .

גֵרְסָה אחרת מספרת שאנשי החברה הגבוהה בספרד (אולי אפילו מלך ספרד) מיעטו את הישג גילוי אמריקה: הרי

כל מי שיש לו ספינות וכסף ונוסע באותו כיוון - יהיה מגלה את היבשת. בתגובה הוא אָתְגַר אותם בשאלת הביצה

לעיל. כשלא הצליחו - הראה להם את 'פתרונו'. נו, זאת לא חכמה, הגיבו. כל אחד יכול לעשות זאת. 'נכון', אמר

להם קולומבוס, גם אתם יכולתם להעמיד את הביצה כמוני, וזו, לכאורה, אינה חכמה. אבל אתם לא חשבתם על זה.

אני כן!

מאז המונח 'ביצת קולומבוס' הינו ביטוי לפתרון פשוט של בעיה סבוכה.

דוגמה מאלפת לכך היא העט בחלל: כיצד האסטרונוטים מצליחים לכתוב בחללית שבה אין כח הכובד פועל?

הרי כתיבה בעט דיו מבוססת על נטיית הדיו כלפי מטה מכח הכובד!

בנאסא שברו את הראש, הם הקציבו מיליון (!) דולר לפיתוח עט שניתן לכתוב איתו בחלל.

עט כזה אכן פותח, והאסטרונוטים השתמשו בעט כזה.

בטח אתם שואלים: אם כך - או איך הסתדרו האסטרונוטים הרוסים?

טוב ששאלתם. הרוסים השתמשו בעפרון . . .

מבחן 45 - קיץ תשפ"א - 2021 - מועד ב

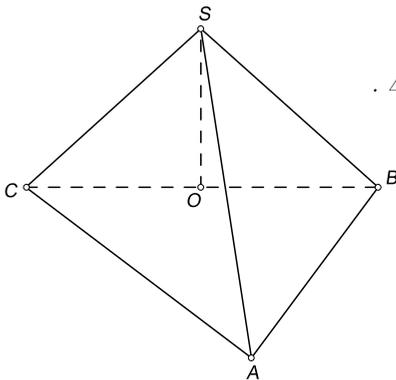
בחירה: שלוש שאלות מהשאלות 1-5.

פרק ראשון - סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. דניאלה קנתה מקרר בתשלומים חודשיים. התשלום הראשון הוא 700 שקלים, ולאחר מכן כל תשלום נמוך ב-30 שקלים מן התשלום שלפניו.
- א. מהו מספר התשלום שבו תשלם דניאלה 280 שקלים?
- ב. (1) האם יתכן שהתשלום האחרון שהיא תשלם יהיה תשלום מספר 29? נמק.
- (2) מהו התשלום הנמוך ביותר האפשרי בסדרת התשלומים של דניאלה ומהו מספר התשלום? נעמה קנתה מקרר באותו המחיר שבו קנתה דניאלה את המקרר שלה, אך שילמה עליו ב-30 תשלומים חודשיים שווים של 280 שקלים כל תשלום.
- ג. בכמה תשלומים קנתה דניאלה את המקרר שלה?

טריגונומטריה במרחב



2. נתונה פירמידה ישרה $SABC$, שבסיסה ABC הוא משולש ישר-זווית: $\angle CAB = 90^\circ$. $AB = 9$, $AC = 12$ הזווית שבין המקצוע הצדדי SB ובין הבסיס ABC שווה ל- 30° .
- א. חשב את גובה הפירמידה, SO .
- ב. חשב את נפח הפירמידה.
- נתון: נקודה M היא אמצע הצלע AB .
- נקודה E נמצא על הקטע OM כך שמתקיים: $OE = 2 \cdot EM$.
- ג. מצא את גודל הזווית שבין SE לבסיס הפירמידה.
- ד. חשב את שטח המשולש SEM .

קפיטליות - חלוקה לא שווה של העושר. קומוניזם - חלוקה שווה של העושר.

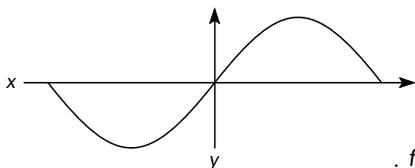
תלגות

1. א. $n = 15$ ב. (1) לא (2) $a_{24} = 10$ ג. 21 (תשלומים)
2. א. $SO = 2.5\sqrt{3}$ (יחידות אורך) ב. $V = 45\sqrt{3}$ (יחידות קוב) ג. $\angle SEO = 47.27^\circ$ ד. $S_{\triangle SEM} = 2.5\sqrt{3}$ (יחידות ריבועיות)

פרק שני - גדילה ודעיכה, חדו"א של פונקציות טריגונומטריות,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

3. הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.



בסרטוט מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר x

בשלוש נקודות בדיוק: $(-\frac{\pi}{2}, 0)$, $(0, 0)$, $(\frac{\pi}{2}, 0)$.

א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

נתון: $f(x) = \sin^2 x - \frac{1}{4}$.

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת החיתוך שלה עם ציר x

הנמצאת מימין לראשית הצירים, ומשיק נוסף בנקודת המינימום שלה.

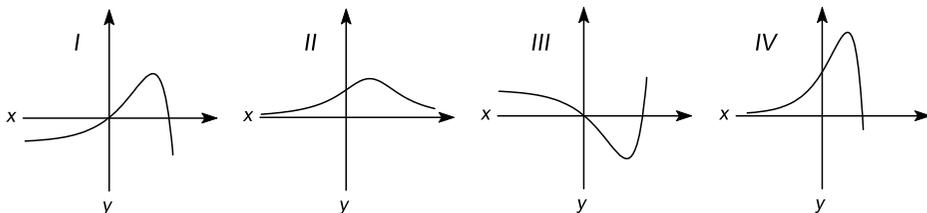
ה. מצא את שיעורי נקודת המפגש של שני המשיקים.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = -e^{2x} + 4e^x - 3$ המוגדרת לכל x .

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.

ג. אחד הגרפים להלן מתאר את גרף הפונקציה. קבע איזה מהם הוא זה. נמק.



העבירו משיק לגרף הפונקציה $g(x) = f(x) + b$ (הוא פרמטר) בנקודת הקיצון שלה.

ד. מצא את משוואת המשיק (הבע באמצעות b).

ה. מצא את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על-ידי המשיק שמצאת בסעיף ד

ועל-ידי ציר y .

תשובות

3. א. $0 < x < \frac{\pi}{2}$, \searrow : $-\frac{\pi}{2} < x < 0$, ב. $x_{\max ep.} = \pm \frac{\pi}{2}$, $x_{\min} = 0$

ג. $(\pm \frac{\pi}{6}, 0)$, $(0, -\frac{1}{4})$, ה. $(0.23, -0.25)$

4. א. $(0, 0)$, $(\ln 3, 0)$, ב. $\max(\ln 2, 1)$, ג. 1 , ד. $y = 1 + b$, ה. $S = -2\frac{1}{2} + \ln 16 = 0.27$ (י"ד)

5. נתונה הפונקציה $f(x) = 3x \cdot \ln ax$, $a > 0$. הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

נתון כי לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = \frac{1}{3e}$.

ב. מצא את ערך הפרמטר a .

הצב $a = 3$ וענה על הסעיפים להלן.

ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x .

ד. מצא את שיעור y של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוג הקיצון.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. נתונה הפונקציה $g(x)$ שתחום הגדרתה זהה לתחום הגדרתה של הפונקציה $f(x)$.

פונקצית הנגזרת $g'(x)$ מקיימת: $g'(x) = -f(x)$.

האם לפונקציה $g(x)$ יש נקודת קיצון?

אם כן - מצא את שיעור x של נקודת הקיצון של $g(x)$, וקבע את סוגה.

אם לא - נמק.

בהצלחה

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך, התרבות והספורט

איך עושה כלבי?

אווז - מגעגע , אוח - נאנח , אַיל - צוהל , אַייל - עורג , אפרוח - מצייץ , אריה - שואג , ברווז - מגעגע ,
 גמל - מחרחר , דבורה - מזומזמת , דב - נוהם , דוכיפת - מהדהדת , זאב - מיילל , זבוב - מזומם ,
 זמיר - מסתלסל , זרויר - מפטפט , חרגול - מנסר , חויר - נוחר , חמור - נוער (גם: נוהק) , חסידה - מלקלקת ,
 חתול - מיילל (וגם: מגרגר) , יונה - הומה , ינשוף - נושף , יתוש - מזומם , כבשה - פועה , כלב - נובח ,
 נחש - לוחש , נמר - שואג , נץ - מצפצף , סוס - צוהל , עגור - מצפצף , עורב - קורא , עז - פועה , עיט - צועק ,
 עכבר - מצייץ , עפרוני - מסלסל , פיל - מריע (וגם: תוקע, נוהם, מחצצר) , פרא - נוהק , פרה - גועה ,
 צבוע - צוחק (גם מיילל) , צבי - מפרט , ציפור - מצייצת , צפרדע - מקרקרת , צרצר - מצרצר , קוף - לוחג ,
 ראם - מצלצל , שועל - מיילל , שור - גועה , שרקן - שורק , תוכי - מדבר (גם: שורק, מפטפט, מקשקש) ,
 תן - מיילל , תנשמת - נושמת , תרנגול - קורא , תרנגול-הודו - מהלצר ,



5. א. $x > 0$, ב. $a = 3$, ג. $(\frac{1}{3}, 0)$, ד. $y_{\min} = -\frac{1}{e}$, ו. $x_{\max} = \frac{1}{3}$

תשובות

| | | |
|-----------------|------------------|---------------|
| <p>2/2 A(3)</p> | <p>4/2 C</p> | <p>4/2 E</p> |
| <p>5/3 C</p> | <p>6/2 E</p> | <p>7/3 A</p> |
| <p>11/3 C</p> | <p>12/4 C(3)</p> | <p>12/4 D</p> |
| <p>13/3 C</p> | <p>13/5 E</p> | <p>14/4 C</p> |
| <p>15/4 C</p> | <p>15/5 C(3)</p> | <p>16/3 B</p> |

נטול גלוטן' הוא פלינדרום ...

תשובות

| | | |
|------------------|------------------|------------------|
| <p>17/3 B(3)</p> | <p>18/3 D</p> | <p>19/4 C(3)</p> |
| <p>19/5 B(3)</p> | <p>20/5 c</p> | <p>22/3 c</p> |
| <p>23/4 b(3)</p> | <p>23/5 c</p> | <p>23/5 d(1)</p> |
| <p>24/4 c(3)</p> | <p>25/4 b</p> | <p>25/5 a5</p> |
| <p>26/3 a(3)</p> | <p>26/4 a(3)</p> | <p>26/5 d(2)</p> |

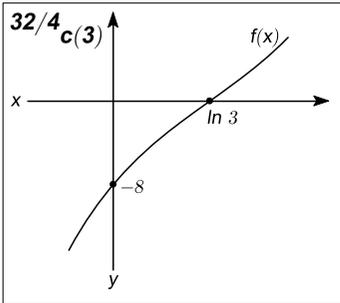
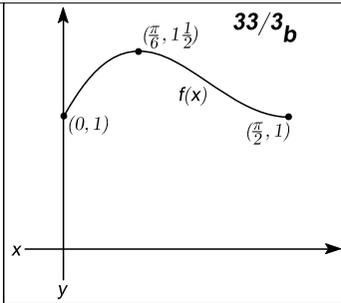
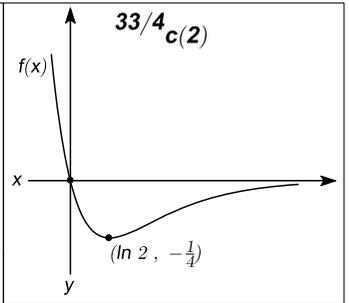
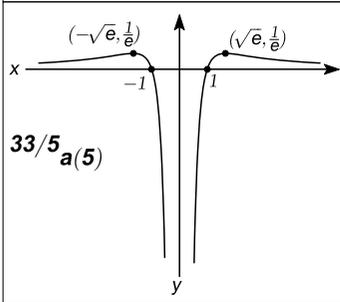
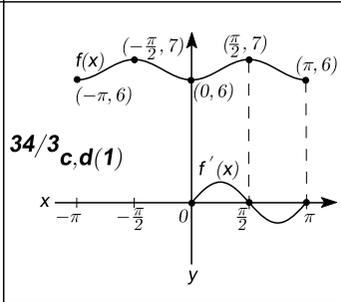
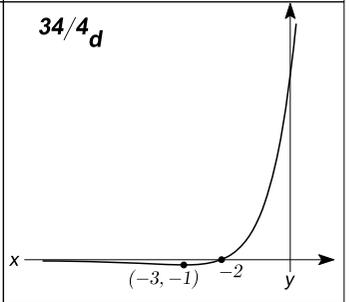
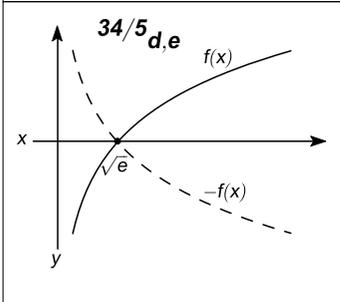
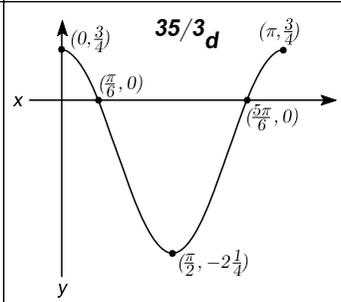
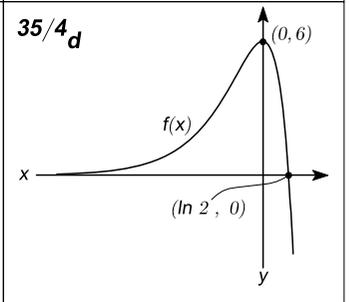
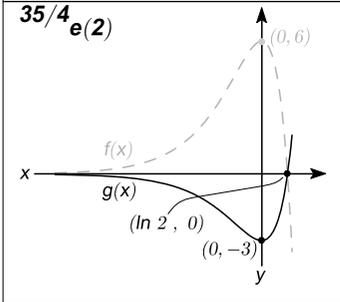
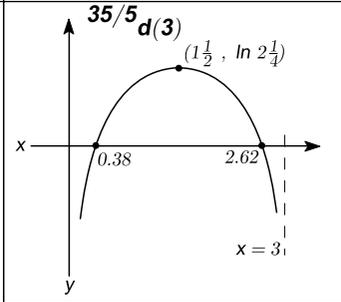
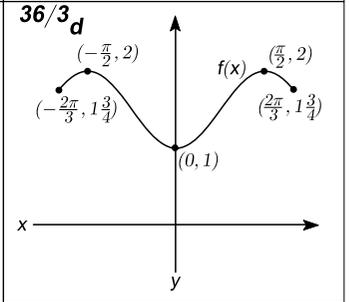
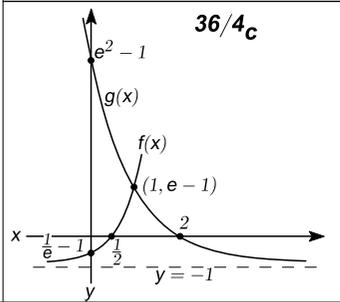
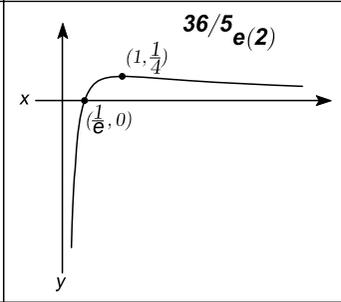
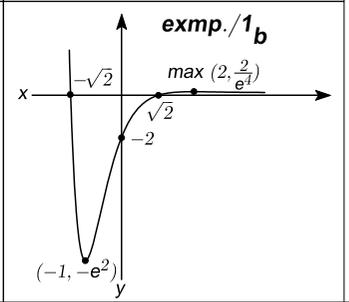
סיפור קצר: פעם היו שני סינים. היום יש הרבה.

תהלות

| | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| <p>27/3_b</p> | <p>27/4_{c(2)}</p> | <p>27/5_d</p> |
| <p>28/5_d</p> | <p>29/3_c</p> | <p>29/4_{c4}</p> |
| <p>29/5_{e,f}</p> | <p>30/3_c</p> | <p>30/3_d</p> |
| <p>30/4_b</p> | <p>31/3_b</p> | <p>31/4_{b(3)}</p> |
| <p>31/5_{a(5)}</p> | <p>31/5_{b(2)}</p> | <p>32/3_d</p> |

סוודר. זה מה שלובשים כשלאמא קר.

תהלות

| | | |
|---|---|--|
| <p>32/4 c(3)</p>  | <p>33/3 b</p>  | <p>33/4 c(2)</p>  |
| <p>33/5 a(5)</p>  | <p>34/3 c,d(1)</p>  | <p>34/4 d</p>  |
| <p>34/5 d,e</p>  | <p>35/3 d</p>  | <p>35/4 d</p>  |
| <p>35/4 e(2)</p>  | <p>35/5 d(3)</p>  | <p>36/3 d</p>  |
| <p>36/4 c</p>  | <p>36/5 e(2)</p>  | <p>exmp./1 b</p>  |

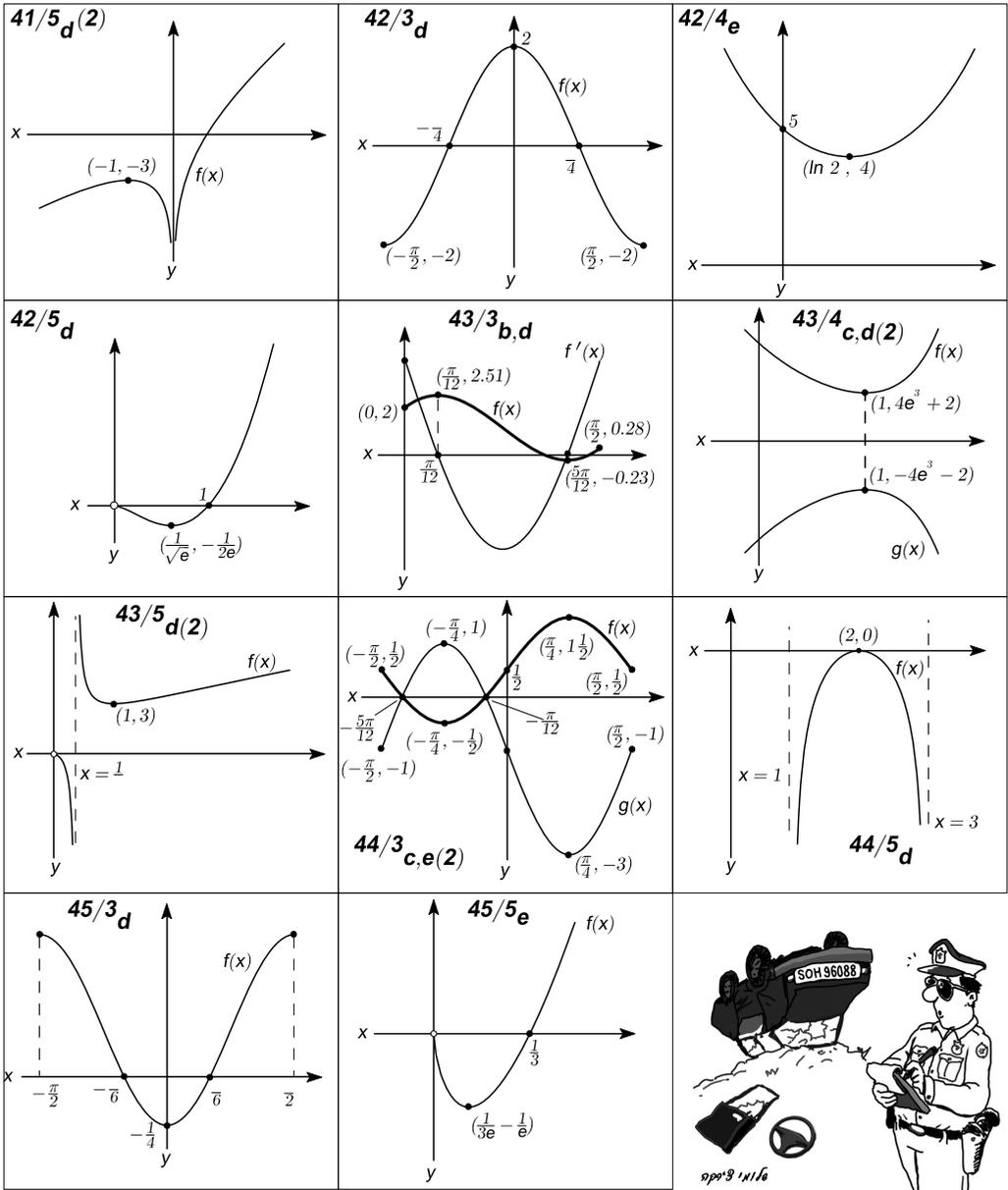
ידעתי שתהיה מערכת בחירות שלישית מהשנה הראשונה.

תהלות

| | | |
|--|--|---|
| <p>exp./2_b</p> <p>$(\log_3 2, 0)$ $(0, -1)$</p> | <p>exp./3_c</p> <p>$(\frac{\pi}{4}, 2)$ $(\frac{5\pi}{4}, 2)$ $(2\pi, 1)$</p> | <p>exp./4_c</p> <p>$(\pi, 2)$ $(2\pi, -2)$</p> |
| <p>exp./4_f</p> <p>$(-\pi, 2)$ $(-2\pi, -2)$</p> | <p>37/3_{a(3)}</p> <p>$f(x) = \sin 2x$</p> | <p>37/4_{a(4)}</p> <p>$(1, 9)$ e^{-3} e^3</p> |
| <p>38/3_b</p> <p>$(0, 1\frac{1}{2})$ $(\frac{2\pi}{3}, -\frac{3}{4})$ $(\frac{5\pi}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ $(\pi, -\frac{1}{2})$</p> | <p>38/4_{a(3), b}</p> <p>$(\frac{1}{e}, -\frac{4}{e})$ $(1, 0)$</p> | <p>38/5_{d(3)}</p> <p>$(\ln 2, 16)$</p> |
| <p>39/3_{b, d}</p> <p>$(\frac{\pi}{4}, 5)$ $(\frac{3\pi}{4}, 3)$ $(\pi, 4)$</p> | <p>39/4_{c(4)}</p> <p>$x = \frac{1}{2}$ $(1, -2e^2)$</p> | <p>39/5_d</p> <p>$x = 1$ $(2, 0)$</p> |
| <p>40/4_d</p> <p>$x = \ln 2$ $y = 2$</p> | <p>40/5_{b(5)}</p> <p>$x = -2$ $x = 2$ $-\sqrt{5}$ $\sqrt{5}$</p> | <p>41/4_{c(2)}</p> <p>$(1, e^2)$ $(1, 1)$</p> |

חמשת הימים הראשונים שאחרי שבת - הם הקשים ביותר של השבוע

תהלות

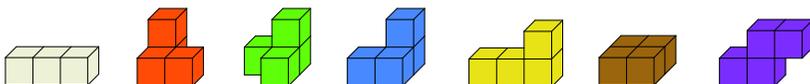


לפניך ששה גופים שנפח כל אחד מהם הוא 4 יחידות ועוד גוף אחד שנפחו שלוש יחידות.

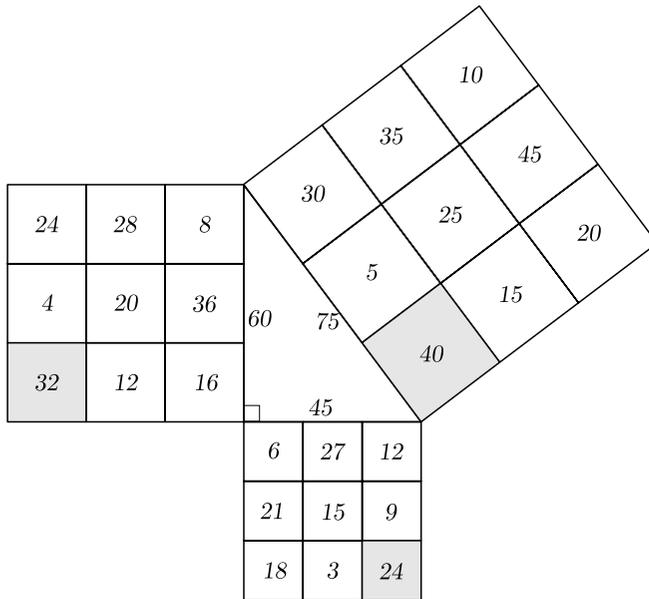
בסה"כ - 27 יחידות.

נפח קובייה שמימדיה $t \times 3 \times 3$ הוא 27 יחידות.

הזכב שלא ניתן לבנות קובייה מהחלקים הנתונים, למרות שסכום נפחיהם הוא נפח הקובייה הנדרשת.



הכי פתגורס שיש



בציור משולש שאורכי צלעותיו הינם 45, 60 ו-75 יחידות אורך.

שלשה זו, הינה שלשה פיתגורית: $45^2 + 60^2 = 75^2$.

על כל אחת מצלעות המשולש בנוי ריבוע קסם שסכום כל שורה, כל עמודה וכל אלכסון שלו שווה לאורך הצלע עליה הוא בנוי (ברדוק).

מה שעוד יותר יפה כאן הוא שהמספרים המתאימים בריבועי הקסם, מהווים אף הם שלשה פיתגורית.

אם נשווה את מיקום תאי הריבועים

ע"פ התאים האפורים בציור (24, 32, 40),

כשהריבועים 'יושבים' זה על זה, באופן הבא:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 6 & 27 & 12 \\ \hline 21 & 15 & 9 \\ \hline 18 & 3 & 24 \\ \hline \end{array}^2 + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 8 & 36 & 16 \\ \hline 28 & 20 & 12 \\ \hline 24 & 4 & 32 \\ \hline \end{array}^2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 10 & 45 & 20 \\ \hline 35 & 25 & 15 \\ \hline 30 & 5 & 40 \\ \hline \end{array}^2$$

נקבל 9 שלשות פיתגוריות:

$$6^2 + 8^2 = 10^2 \quad ; \quad 27^2 + 36^2 = 45^2 \quad ; \quad 12^2 + 16^2 = 20^2 \quad ; \quad 21^2 + 28^2 = 35^2$$

$$15^2 + 20^2 = 25^2 \quad ; \quad 9^2 + 12^2 = 15^2 \quad ; \quad 18^2 + 24^2 = 30^2 \quad ; \quad 3^2 + 4^2 = 5^2 \quad ; \quad 24^2 + 32^2 = 40^2$$

וזה עוד לא הכל: נבחר מספר משבצות כלשהו באחד הריבועים, ונחבר את הסכום המתקבל מהם.

נבצע פעולה זו באותם תאים מתאימים בשני הריבועים האחרים.

קיבלנו שלושה מספרים שגם הם שלשה פיתגורית !!!

יש 502 אפשרויות כאלה (לא בחומר של שלוש יחידות): $(\frac{9}{2}) + (\frac{9}{3}) + (\frac{9}{4}) + \dots + (\frac{9}{9}) = 502$

ניקח לדוגמה, את ארבעת המספרים הבאים מהריבוע הקטן: $18 + 21 + 27 + 9 = 75$

המספרים המתאימים בריבועים האחרים הם: $24 + 28 + 36 + 12 = 100$ בריבוע הבינוני,

ו- $30 + 35 + 45 + 15 = 125$ בריבוע הגדול.

ואכן: $75^2 + 100^2 = 125^2$ (ברדוק) !!!

אם ניקח, למשל, את סכום כל התאים נקבל את השלשה: $135^2 + 180^2 = 225^2$ (ברדוק) !!!

מ ק ס י מ !!!

בשבילך - 100

כיצד ניתן להגיע למספר 100 ע"י שימוש בכל הספרות מ-1 עד 9 (לא כולל 0), פעם אחת בכל ספרה, ועוד לפי הסדר שלהן (1, 2, 3...)?
לא להאמין, אבל יש לשאלה זו לא מעט תשובות:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \times 9 = 100$$

$$1 + 2 \times 3 + 4 \times 5 - 6 + 7 + 8 \times 9 = 100$$

$$1 + 2 \times 3 + 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100$$

$$1 \times 2 + 34 + 56 + 7 - 8 + 9 = 100$$

$$1 + 2 + 34 - 5 + 67 - 8 + 9 = 100$$

$$12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100$$

$$12 - 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 89 = 100$$

$$123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100$$

$$123 - 4 - 5 - 6 - 7 + 8 - 9 = 100$$

$$123 + 45 - 67 + 8 - 9 = 100$$

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100$$

$$-(12 + 34 - 56) \times (-7 + 8 + 9) = 100$$

$$(1 + 2 - 3 - 4) \times (5 - 6 - 7 - 8 - 9) = 100$$

$$1 - 2 \times 3 + 4 \times 5 + 6 + 7 + 8 \times 9 = 100$$

$$(1 + 2)^3 + 4 \times 5 + 6 + 7 \times 8 - 9 = 100$$

אם נרשה סדר ספרות יורד - יש לנו פתרון נוסף:

$$98 - 76 + 54 + 3 + 21 = 100$$

באנגליה התקימה פעם תחרות שבה התבקשו המתחרים למצוא תשובות לשאלה זו.

ילדה אחת, בת 13, הציעה 56 תשובות שונות! אחת מהן היא זו:

$$1^{2345} + 6 \times (7 + 8) + 9 = 100$$

אפשרויות נוספות:

$$(12 - (3 + 4) + 5)^{-6+7-8+9} = 100$$

$$(1 + \sqrt[2]{-3+4})^5 + 6 \times (7 + 8) + 9 = 100$$

$$(1 + (\sqrt[2]{3})^4 + 5) \times 6 - 7 + 8 + 9 = 100$$

אם נאפשר שימוש בשברים, ונוותר סדר הספרות - נקבל את האפשרויות הבאות:

$$24\frac{3}{6} + 75\frac{9}{18} = 100 \quad 47\frac{3}{6} + 52\frac{9}{18} = 100 \quad 57\frac{3}{6} + 42\frac{9}{18} = 100 \quad 1\frac{6}{7} + 3 + 95\frac{4}{28} = 100$$

$$74\frac{3}{6} + 25\frac{9}{18} = 100 \quad 95\frac{3}{7} + 4\frac{16}{28} = 100 \quad 98\frac{3}{6} + 1\frac{27}{54} = 100 \quad 94\frac{1}{2} + 5\frac{38}{76} = 100$$

קל להיות קשה. קשה להיות קל.

מספר מחזורי

מספר מחזורי הוא מספר טבעי שמכפלתו בכל אחד מהמספרים 1 עד מספר הספרות שלו, מורכבת מספרות המספר עצמו ובאותו סדר, בהסתכלות על ספרות המספר סדורות במעגל.

דוגמה: 142, 857

$$142, 857 \times 1 = 142, 857$$

$$142, 857 \times 2 = 285, 714$$

$$142, 857 \times 3 = 428, 571$$

$$142, 857 \times 4 = 571, 428$$

$$142, 857 \times 5 = 714, 285$$

$$142, 857 \times 6 = 857, 142$$

$$142, 857 \times 7 = 999, 999$$

שימו לב: $\frac{1}{7} = 0.142857\ 142857\ 142857\ \dots$

עוד דוגמה: 0, 588, 235, 294, 117, 647

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 1 = 0, 588, 235, 294, 117, 647$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 2 = 1, 176, 470, 588, 235, 294$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 3 = 1, 764, 705, 882, 352, 941$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 4 = 2, 352, 941, 176, 470, 588$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 5 = 2, 941, 176, 470, 588, 235$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 6 = 3, 529, 411, 764, 705, 882$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 7 = 4, 117, 647, 058, 823, 529$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 8 = 4, 705, 882, 352, 941, 176$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 9 = 5, 294, 117, 647, 058, 823$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 10 = 5, 882, 352, 941, 176, 470$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 11 = 6, 470, 588, 235, 294, 117$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 12 = 7, 058, 823, 529, 411, 764$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 13 = 7, 647, 058, 823, 529, 411$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 14 = 8, 235, 294, 117, 647, 058$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 15 = 8, 823, 529, 411, 764, 705$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 16 = 9, 411, 764, 705, 882, 352$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 17 = 0, 588, 235, 294, 117, 647$$

$$0, 588, 235, 294, 117, 647 \times 17 = 9, 999, 999, 999, 999, 999$$

שימו לב: $\frac{1}{17} = 0.0588235294117647\ 0588\ \dots$

בבית הקברות הצנאי הבריטי ברמלה קבור חייל ששמו הארי פוטר.

ועוד דוגמה: 052, 631, 578, 947, 368, 421 .

$$\begin{aligned}
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 1 &= 052, 631, 578, 947, 368, 421 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 2 &= 105, 263, 157, 894, 736, 842 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 3 &= 157, 894, 736, 842, 105, 263 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 4 &= 210, 526, 315, 789, 473, 684 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 5 &= 263, 157, 894, 736, 842, 105 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 6 &= 315, 789, 473, 684, 210, 526 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 7 &= 368, 421, 052, 631, 578, 947 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 8 &= 421, 052, 631, 578, 947, 368 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 9 &= 473, 684, 210, 526, 315, 789 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 10 &= 526, 315, 789, 473, 684, 210 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 11 &= 578, 947, 368, 421, 052, 631 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 12 &= 631, 578, 947, 368, 421, 052 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 13 &= 684, 210, 526, 315, 789, 473 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 14 &= 736, 842, 105, 263, 157, 894 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 15 &= 789, 473, 684, 210, 526, 315 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 16 &= 842, 105, 263, 157, 894, 736 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 17 &= 894, 736, 842, 105, 263, 157 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 18 &= 947, 368, 421, 052, 631, 578 \\
 052, 631, 578, 947, 368, 421 \times 19 &= 999, 999, 999, 999, 999, 999
 \end{aligned}$$

שימו לב: $\frac{1}{19} = 0.05263157894736842105263 \dots$

בדוגמה הראשונה המספר קשור ל- $\frac{1}{7}$. מספר ספרותיו $7 - 1 = 6$.

ומכפלתו ב-7 היא מספר המורכב מ-7 פעמים הספרה '9'.

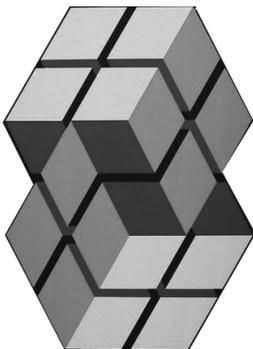
בדוגמה הראשונה המספר קשור ל- $\frac{1}{17}$. מספר ספרותיו $17 - 1 = 16$.

ומכפלתו ב-17 היא מספר המורכב מ-17 פעמים '9'.

בדוגמה הראשונה המספר קשור ל- $\frac{1}{19}$. מספר ספרותיו $19 - 1 = 18$.

ומכפלתו ב-19 היא מספר המורכב מ-19 פעמים '9'.

ההשערה היא שיש אינסוף מספרים כאלה, אבל אין לכך הוכחה עדיין.

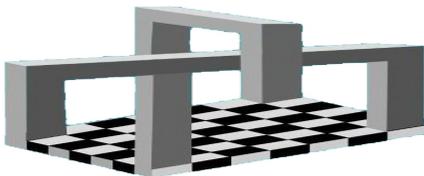


שחקן הכדורגל כריסטיאנו רונאלדו נשאל מדוע אין קעקועים על גופו כמו שיש לשחקן הכדורגל ניימאר. בשלווה עילאית הוא ענה: "ראית פעם מכונית פרארי עם מדבקות?" . . .

סיווג שאלות המבחנים - חלק א

סוגריים מרובעים - מספר העמוד, שאר המספרים - מספרי השאלות. את הסיווג הכין שרון חיים.

| גידול ודעיכה [1] | | גדרה הנדסית [20] | |
|--|----------------------|----------------------------------|--|
| הסיווג לפי הפרמטר הנדרש לחישוב בסעיף הראשון של השאלה | - מצב התחלתי | 7, 11, 12 | - נוסחה האיבר הכללי ונוסחת סכום הסדרה |
| 2, 28 | זמן | 2, 4, 5, 6, 10, 11, 13, 14, 17 | - הוכחת סדרה הנדסית ו/או תכונתיה |
| 1, 3, 4, 6, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 19, 20, 24 | - קצב גידול/דעיכה | 6 | - סדרה עולה/יורדת |
| 7, 11, 16, 17, 21, 22, 23, 25, 27 | - מצב סופי | 2, 16 | - איברים עוקבים |
| 5, 8, 18, 26 | - זמן מחצית החיים | 1, 4, 8, 20, 23 | - איברים במקומות זוגיים/אי-זוגיים |
| 2, 9, 19, 23, 26 | - הבעה באמצעות פרמטר | 8, 15 | - סימנים מתחלפים/היפוך סימנים |
| 4 | | 1, 8, 20, 23 | - סדרה בת 2n איברים |
| | | 9, 15, 20 | - סכום איברים אחרונים |
| | | 10, 16, 19, 23, 24 | - בניית סדרה חדשה מסדרה נתונה |
| | | 10, 19 | - שתי סדרות (a_n, b_n) |
| | | 22 | - שלוש סדרות (a_n, b_n, c_n) |
| | | 3 | - אי-שוויון |
| | | 10, 14, 22, 24 | - הבעה באמצעות פרמטר |
| | | 2, 18, 21 | - בעיות מעשיות עבודה |
| | | | גדרה הנדסית אינסופית יורדת [27] |
| | | 4, 11, 15 | - נוסחת סכום הסדרה |
| | | 1, 10 | - הוכחת סדרה הנדסית אינסופית יורדת |
| | | 6, 7, 9, 10, 13 | - איברים/סכומים חיוביים/שליליים |
| | | 3, 5, 6, 8, 9, 12 | - איברים במקומות זוגיים/אי-זוגיים |
| | | 8 | - סימנים מתחלפים/היפוך סימנים |
| | | 11 | - שתי סדרות (a_n, b_n) |
| | | 14 | - ריבועי האיברים |
| | | 2 | - סכום ריבועי האיברים |
| | | 14 | - עם סדרה חשבונית |
| | | 6, 10, 13, 14 | - בניית סדרה חדשה מסדרה נתונה |
| | | 13 | - הבעה באמצעות פרמטר |
| | | | גדרה חשבונית [8] |
| | | 7, 17, 22, 25, 36, 38 | - נוסחה האיבר הכללי ונוסחת סכום הסדרה |
| | | 1, 11, 17, 23, 40 | - הוכחת סדרה חשבונית ו/או תכונתיה |
| | | 15, 27, 44 | - סדרה יורדת/עולה |
| | | 17, 23 | - איברים עוקבים |
| | | 4, 24, 28, 37, 39, 40 | - איברים במקומות זוגיים/אי-זוגיים |
| | | 2, 4, 15, 18, 19, 27, 29, 41, 44 | - איברים/סכומים חיוביים/שליליים |
| | | 24, 39 | - סימנים מתחלפים/היפוך סימנים |
| | | 5, 26, 33 | - סכום איברים אחרונים |
| | | 5, 14, 16, 24, 33, 37, 40, 45 | - סדרה בת 2n איברים |
| | | 25, 26 | - סדרה בת 3n איברים |
| | | 38 | - שתי סדרות (a_n, b_n) |
| | | 37 | - סדרות מתלכדות |
| | | 24 | - ערך מוחלט |
| | | 36 | - איבר המסתיים בספרה מסוימת |
| | | 40, 41 | - חלוקה במספר טבעי |
| | | 20, 32, 40, 45 | - מחיקת איברים |
| | | 44 | - בניית סדרה חדשה מסדרה נתונה |
| | | 24, 28, 32, 44, 45 | - הבעה באמצעות פרמטר |
| | | 3, 12, 35 | - בעיות מעשיות כללי |
| | | 6, 10, 21 | גאומטריה |
| | | 8, 34, 43 | קנייה ומכירה |
| | | 9, 30 | עבודה |
| | | 13, 31, 42 | תנועה |



לטעות זה אנושי.

לתאוט זה דיסלקציה.

לטאות זה כמו איגואנות, רק פחות מגניב.

| | |
|---|---|
| 19, 34, 35, 44, 50, 51, 58 | - אסימפטוטות |
| 12, 19, 34, 50 | - הישר $y=k$ |
| 58, 65, 66, 68 | - התאמת פונקציה לגרף (קו תחת-התאמת נגזרת הפונקציה לגרף) |
| | פונקציות טריגונומטריות [73] |
| 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 32, 33, 36, 37, 38, 39, 40, 42 | - ללא פרמטר |
| 10, 13, 16, 21, 31, 34, 35, 41 | - עם פרמטר |
| 8, 12, 17, 21, 23, 24, 29, 31, 34, 35, 37, 38 | - נקודות קיצון מוחלט |
| 30, 32, 33 | - אסימפטוטות |
| 7, 32 | - פונקציית $tg(x)$ |
| 38 | - פונקציה טריגונומטרית עם שורש |
| | חשבון אינטגרלי |
| | פונקציות מעריכיות [86] |
| 9, 23 | - מציאת פונקציה קדומה |
| 2, 4, 8, 25, 36 | - פונקציה מעריכית (בסיס a) |
| 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 37 | - פונקציה מעריכית (בסיס e) |
| 8 | - פונקציית LN |
| 30 | - עם פונקציית שורש |
| 6, 30 | - שטחים מורכבים |
| 1, 3, 5, 6, 7, 10, 12, 14, 15, 16, 19, 22, 23, 24, 26, 28, 31, 33, 36 | - שטחים עם משיק |
| | פונקציות שפתרון לוגריתמי [97] |
| 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 | - ללא פרמטר |
| 8, 9 | - עם פרמטר |
| 9, 10 | - עם פונקציית שורש |
| 3, 6, 9, 11, 14, 17, 18, 22, 23 | - שטחים מורכבים |
| 4 | - חיסור שטחים |
| 1, 4, 6, 13, 17, 20, 23 | - שטחים עם משיק |
| | פונקציות טריגונומטריות [104] |
| 20 | - מציאת פונקציה קדומה |
| 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 23, 24, 25, 26, 27, 30, 31, 34, 35, 36, 37, 38 | - ללא פרמטר |
| 19, 22, 28, 29, 32, 33 | - עם פרמטר |
| 13, 16, 23, 24, 31, 36 | - שטחים מורכבים |
| 3, 5, 6, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 22, 23, 26, 30, 31, 36, 37, 38 | - שטחים עם משיק |



| | |
|--|--|
| | טריגונומטריה במרחב [42] |
| 36 | מנסרה ישרה משולשת שבסיסה משולש |
| 13, 18, 21, 56 | - משולש שווה-שוקיים |
| 32, 49 | - משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים |
| 1, 15, 19, 29, 30, 59 | - משולש שווה-צלעות (משוכללת) |
| | מנסרה ישרה מרובעת שבסיסה מעוין |
| 33 | - ריבוע (משוכללת) |
| 3, 4, 7, 9, 17, 40 | תיבה |
| 5, 16, 23, 24, 31, 48, 55 | - תיבה שבסיסה ריבוע |
| 41, 43, 44 | קוביה |
| 22, 51 | פירמידה ישרה משולשת שבסיסה משולש |
| 12, 26, 51 | - משולש ישר-זווית |
| 11, 28 | - משולש שווה-שוקיים |
| 2, 25, 27, 54 | - משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים |
| 52 | - משולש שווה-צלעות (משוכללת) |
| 34, 38, 42, 46 | פירמידה ישרה מרובעת שבסיסה מלבן |
| 14, 39, 58 | - ריבוע |
| 6, 8, 20, 35, 37, 45, 47, 50, 53, 57 | אי-שוויונות (תחום הזווית α שעבורו יש פתרון לבעיה) |
| 4, 9, 12, 17, 19, 25, 30 | חישובי זוויות בין ישר למישור |
| 2, 3, 10, 11, 22, 26, 27, 33, 35, 37, 38, 43, 44, 46, 52, 58, 59 | חשבון דיפרנציאלי |
| | פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות [56] |
| | - פונקציה מעריכית (בסיס a) |
| | - פונקציה מעריכית (בסיס e) |
| 56 | - פונקציה לוגריתמית |
| 2, 3, 5, 8, 19, 21, 30, 32, 37, 40, 60, 62, 65, 67, 68, 69 | - פונקציית LN |
| 20, 54 | - פונקציה מעריכית עם פרמטר (בסיס e) |
| 1, 4, 6, 7, 10, 12, 15, 17, 18, 23, 24, 25, 27, 31, 33, 34, 38, 39, 41, 47, 48, 53, 58, 61, 63, 64, 66 | - פונקציה מעריכית עם שני פרמטרים (בסיס e) |
| 9, 13, 14, 22, 28, 29, 42, 43, 50, 51 | - פונקציה מעריכית עם שני פרמטרים (בסיס e) |
| 36, 44, 45 | - פונקציית LN עם פרמטר |
| 11, 16, 26, 35, 46, 49, 52, 55 | - פונקציית LN עם שני פרמטרים |
| 57, 59 | - פונקציה יורדת/עולה |
| 21 | - תחומי שליליות/חיוביות |
| 58, 63, 64, 68 | - נקודות קיצון מוחלט |
| 42, 46, 67 | |

סיווג שאלות המבחנים - חלק ב

פענוח הרישום: שאלה/מבחן. דוגמה: 38/4 - מבחן 38 שאלה 4. את הסיווג הכין שרון חיים.

| | | |
|---|--|---|
| 24/1 | - איברים עוקבים | גידול ודעיכה |
| 20/1, 24/1 | - סדרה יורדת/עולה | הסיווג לפי הפרמטר הנדרש לחישוב בסעיף הראשון של השאלה - מצב התחלתי |
| 20/1 | - איברים/סכומים חיוביים/שליליים | - זמן |
| 21/1 | - סכום כל האיברים שאחרי איבר נתון | - קצב גידול/דעיכה |
| 15/1 | - אי-שוויון | - מצב סופי |
| 22/1 | - בעיות מעשיות תנועה | - זמן מחצית החיים |
| | סדרות נסיגה | - הבעה באמצעות פרמטר |
| 25/1, 27/1, 28/1, 29/1, 32/1, 42/1 | - כסדרה חשבונית | |
| 8/1, 10/1, 18/1 | - כסדרה הנדסית | סדרות |
| 18/1 | - איברים עוקבים | סדרה חשבונית |
| 27/1 | - איבר אמצעי | - נוסחת האיבר הכללי ונוסחת סכום הסדרה |
| 25/1, 28/1, 42/1 | - איברים במקומות זוגיים/אי-זוגיים | - סדרה יורדת/עולה |
| 18/1 | - סכום כל האיברים שאחרי איבר נתון | - איברים עוקבים |
| 8/1, 10/1, 18/1, 25/1, 28/1, 29/1, 32/1 | - שתי סדרות (a_n, b_n) | - איבר אמצעי |
| 8/1, 10/1 | - מציאת ערך פרמטר | - איברים במקומות זוגיים/אי-זוגיים |
| 10/1, 28/1, 29/1 | - הבעה באמצעות פרמטר | - איברים/סכומים חיוביים/שליליים |
| | טריגונומטריה במרחב | - איבר במקום $2n-1$ |
| 12/2, 27/2, 35/2, 41/2 | - משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים | - סכום כל האיברים שלפני איבר נתון |
| 13/2, 37/2, 39/2 | - משולש שווה-צלעות (משוכללת) | - סדרה בת $2n$ איברים |
| 10/2, 14/2, 22/2, 42/2 | תיבה | - שתי סדרות (a_n, b_n) |
| 7/4, 19/2 | - תיבה שבסיסה מלבן | - שלוש סדרות (a_n, b_n, c_n) |
| 43/2 | - תיבה שבסיסה ריבוע | - בניית סדרה חדשה מסדרה נתונה |
| 4/4, 8/4, 31/2 | קוביה | - הבעה באמצעות פרמטר |
| 23/2, 33/2, 34/2 | פירמידה משולשת שבסיסה: משולש | - בעיות מעשיות כללי |
| 44/2 | פירמידה ישרה משולשת שבסיסה: | קנייה ומכירה |
| 21/2, 45/2 | - משולש ישר-זווית | תנועה |
| 18/2 | - משולש שווה-שוקיים | סדרה הנדסית |
| 3/4, 6/4, 29/2 | - משולש שווה-צלעות (משוכללת) | - איברים במקומות זוגיים/אי-זוגיים |
| 9/4, 18/2, 25/2, 26/2, 38/2, 40/2, 44/2 | פירמידה ישרה מרובעת שבסיסה: מלבן | - סכום איברים אחרונים |
| 1/4, 2/4, 5/4, 11/2, 15/2, 16/2, 17/2, 24/2, 28/2, 30/2, 32/2, 36/2 | - ריבוע | סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת |
| 4/4, 6/4, 7/4, 8/4, 10/2, 11/2, 13/2, 14/2, 15/2, 16/2, 17/2, 20/2, 21/2, 22/2, 29/2, 31/2, 34/2, 36/2, 43/2 | הבעה באמצעות פרמטר | - איברים במקומות זוגיים/אי-זוגיים |
| 17/2, 20/2, 21/2, 22/2, 29/2, 31/2, 34/2, 36/2, 43/2 | חישובי זווית (נתון או צ"ל) | - איברים/סכומים חיוביים/שליליים |
| 2/4, 5/4, 7/4, 9/4, 12/2, 16/2, 19/2, 20/2, 21/2, 23/2, 25/2, 26/2, 27/2, 34/2, 40/2, 43/2 | - בין ישרים | - סימנים מתחלפים/היפוך סימנים |
| 3/4, 4/4, 5/4, 6/4, 7/4, 8/4, 9/4, 10/2, 11/2, 12/2, 13/2, 14/2, 15/2, 17/2, 18/2, 20/2, 21/2, 22/2, 24/2, 25/2, 26/2, 27/2, 28/2, 29/2, 30/2, 31/2, 32/2, 33/2, 34/2, 35/2, 39/2, 40/2, 41/2, 42/2, 43/2, 44/2, 45/2 | מעגל - רדיוס המעגל החוסם את בסיס הפירמידה | - סכום ריבועי האיברים |
| 3/4, 20/2 | | - שתי סדרות (a_n, b_n) |
| | | - בניית סדרה חדשה מסדרה נתונה |
| | | - הבעה באמצעות פרמטר |
| | | סדרות מעורבות |
| | | - חשבונית-הנדסית |
| | | - חשבונית-הנדסית אינסופית מתכנסת |
| | | - חשבונית-הנדסית-הנדסית אינסופית מתכנסת |

חשבון דיפרנציאלי - מיון לפי סוג הפונקציה

פונקציה רציונלית

1/2a, 17/5 - חקירת פונקציה, ללא אסימפטוטות וללא פרמטר

13/5a-e - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

5/2a, 6/3a-b - חקירת פונקציה, ללא אסימפטוטות ועם פרמטר

2/3 - הבעה באמצעות פרמטר

פונקציית שורש

21/3 - חקירת פונקציה, ללא אסימפטוטות וללא פרמטר

פונקציה טריגונומטרית

11/3a-c, 12/3a, 16/3, 20/5a-c, 21/4, 22/3, 24/3, 25/3a, 26/3, 27/3a-b, 29/3a-c, 30/3a-d, 31/3a-b, 32/3a-d, 34/3, 36/3a-d, 37/3a-b, 38/3a-b, 39/3a-d, 41/3a-b1, 42/3a-e, 43/3a-d, 44/3, 45/3

10/3 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

13/3, 15/4a-c, 17/4a, 18/4a, 33/3, 36/3e, 40/3

13/3 - הבעה באמצעות פרמטר

34/3, 43/3, 45/3 - הקשר בין גרף הפונקציה לגרף הנגזרת

42/3 - התאמת פונקציה לגרף

פונקציה מעריכית (בסיס a)

6/2a-e, 21/3, 37/5b - חקירת פונקציה, ללא אסימפטוטות וללא פרמטר

31/4 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

פונקציה מעריכית (בסיס e)

2/2, 4/2, 5/3, 9/2a-b, 11/4a-b, 13/4, 14/4a-c, 16/4, 17/3, 18/3, 26/4a, 27/4, 30/4a-b, 35/4, 41/4a-c2, 42/4a-e, 45/4a-c

19/5a-b, 23/4, 25/4, 36/4a-d, 44/4

7/3a-b, 8/2a-b, 10/5b, 12/4, 15/5, 24/4, 28/4a-c, 32/4a-c, 33/4, 34/4, 43/4a-d, 45/4d

29/4, 38/5, 39/4, 40/4 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות ועם פרמטר

33/4 - הבעה באמצעות פרמטר

12/4d, 25/4c, 29/4d, 33/4, 44/4 - הקשר בין גרף הפונקציה לגרף הנגזרת

13/4, 23/4, 44/4, 45/4 - התאמת פונקציה לגרף (קו תחתי-התאמת נגזרת הפונקציה לגרף)

פונקציה לוגריתמית

7/2, 10/4, 18/5 - חקירת פונקציה, ללא אסימפטוטות וללא פרמטר

7/2d - הקשר בין גרף הפונקציה לגרף הנגזרת

18/5 - התאמת פונקציה לגרף (קו תחתי-התאמת נגזרת הפונקציה לגרף)

פונקציית LN

3/2a-b, 4/3, 7/2, 8/3, 9/3, 11/5, 16/5, 20/4, 23/5, 24/5, 25/5a, 28/5, 34/5, 37/4a, 38/4, 42/5

26/5, 29/5, 31/5a, 32/5, 33/5, 39/5, 40/5, 41/5, 44/5

14/5a-e, 16/5, 21/5, 27/5, 36/5, 43/5, 45/5

19/4, 30/5, 35/5 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

16/5, 19/4 - הבעה באמצעות פרמטר

4/3c, 28/5f, 31/5b, 32/5c - הקשר בין גרף הפונקציה לגרף הנגזרת

3/2, 8/3, 9/3, 11/5, 14/5, 20/4, 21/5, 24/5, 30/5, 33/5, 43/5 - התאמת פונקציה לגרף (קו תחתי-התאמת נגזרת הפונקציה לגרף)

חשבון דיפרנציאלי - מיון לפי נושאים

חקירת פונקציה, ללא אסימפטוטות וללא פרמטר

1/2a, 17/5 - חקירת פונקציה, ללא אסימפטוטות וללא פרמטר

21/3 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

11/3a-c, 12/3a, 16/3, 20/5a-c, 21/4, 22/3, 24/3, 25/3a, 26/3, 27/3a-b, 29/3a-c, 30/3a-d, 31/3a-b, 32/3a-d, 34/3, 36/3a-d, 37/3a-b, 38/3a-b, 39/3a-d, 41/3a-b1, 42/3a-e, 43/3a-d, 44/3, 45/3

6/2a-e, 21/3, 37/5b - חקירת פונקציה, ללא אסימפטוטות וללא פרמטר

2/2, 4/2, 5/3, 9/2a-b, 11/4a-b, 13/4, 14/4a-c, 16/4, 17/3, 18/3, 26/4a, 27/4, 30/4a-b, 35/4, 41/4a-c2, 42/4a-e, 45/4a-c

7/2, 10/4, 18/5 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

3/2a-b, 4/3, 7/2, 8/3, 9/3, 11/5, 20/4, 23/5, 24/5, 25/5a, 28/5, 34/5, 37/4a, 38/4, 42/5

13/5a-e - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

10/3 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

31/4 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

19/5a-b, 23/4, 25/4, 36/4a-d, 44/4

26/5, 29/5, 31/5a, 32/5, 33/5, 39/5, 40/5, 41/5, 44/5

5/2a, 6/3a-b - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

13/3, 15/4a-c, 17/4a, 18/4a, 33/3, 36/3e, 40/3

7/3a-b, 8/2a-b, 10/5b, 12/4, 15/5, 24/4, 28/4a-c, 32/4a-c, 33/4, 34/4, 43/4a-d, 45/4d

14/5a-e, 16/5, 21/5, 27/5, 36/5, 43/5, 45/5

6/3a-b, 13/3 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות ועם פרמטר

29/4, 38/5, 39/4, 40/4

19/4, 30/5, 35/5 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

2/3 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

13/3 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

33/4 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

16/5, 19/4 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

34/3, 43/3, 45/3 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

2/2, 12/4d, 25/4c, 29/4d, 33/4, 44/4

7/2d - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

4/3c, 28/5f, 31/5b, 32/5c

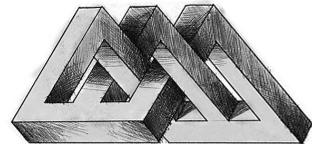
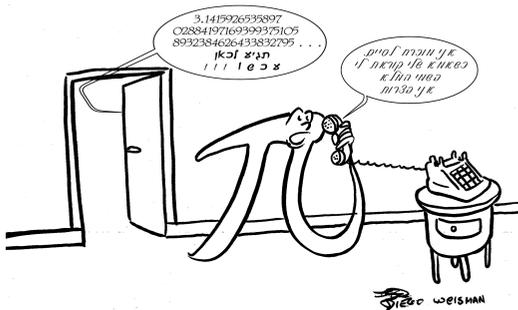
42/3 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

13/4, 23/4, 44/4, 45/4

18/5 - חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות וללא פרמטר

3/2, 8/3, 9/3, 11/5, 14/5, 20/4, 21/5, 24/5, 30/5, 33/5, 43/5

| | |
|---|--|
| <p>חשבון אינטגרלי חשבוני אינטגרלים ושטחים - מציאת פונקציה קדומה 8/2, 11/4, 32/3, 35/3 - פונקציה רציונאלית 1/2, 2/3, 5/2, 6/3, 13/5, 15/3b, 17/5 - פונקציה טריגונומטרית 10/3, 11/3, 12/3, 14/3, 15/4, 16/3, 17/4, 18/4, 19/3, 20/5, 21/4, 23/3, 24/3, 25/3, 27/3, 28/3, 29/3, 30/3, 31/3, 32/3, 33/3, 35/3, 37/3, 38/3, 39/3, 41/3 - פונקציה מעריכית (בסיס e) 6/2 - פונקציה מעריכית (בסיס e) 2/2, 7/3, 8/2, 9/2, 11/4, 14/4, 16/4, 19/5, 22/5, 26/4, 27/4, 30/4, 32/4, 36/4, 41/4, 42/4, 43/4 - פונקציית LN 3/2, 12/5a, 25/5 - שטחים מורכבים 1/2, 5/2, 6/3, 15/3, 27/4, 36/4, 41/4 - שטחים עם משיק 1/2, 5/2, 8/2, 9/2, 12/3, 12/5, 14/3, 15/3, 15/4, 17/5, 19/5, 21/4, 22/5, 23/3, 24/3, 25/3, 33/3, 38/3, 41/3 אינטגרל עם פרמטר - פונקציה רציונאלית 1/2, 2/3 - פונקציה טריגונומטרית 28/3 - פונקציה מעריכית (בסיס e) 22/5, 45/4 - פונקציית LN 31/5 שטח המוגבל ע"י גרף הנגזרת - פונקציה טריגונומטרית 20/5, 27/3, 34/3, 39/3, 42/3, 43/3 - פונקציה מעריכית (בסיס e) 28/4, 30/4 - פונקציה לוגריתמית 18/5 - פונקציית LN 14/5, 23/5, 24/5, 31/5, 37/4</p> | <p>חשבון דיפרנציאלי - נושאי חקירה נוספים חקירת פונקציה ללא אסימפטוטות וללא פרמטר - הרכבה של פונקציות שורש על פונקציה טריגונומטרית 20/5 תחומי שליליות וחוביות תחומי שליליות - פונקציה פולינומאלית 40/5a - פונקציה טריגונומטרית 43/3 - פונקציה מעריכית (בסיס e) 29/4, 38/5 - פונקציה לוגריתמית 7/2 - פונקציית LN 7/2, 33/5 תחומי חיוביות תחומי חיוביות - פונקציה פולינומאלית 40/5a - פונקציה מעריכית (בסיס e) 16/4, 18/3, 34/4 - פונקציית LN 28/5, 33/5 תחומי ירידה ועלייה פונקציה יורדת - פונקציה מעריכית (בסיס e) 4/2, 5/3 פונקציה עולה - פונקציה מעריכית (בסיס e) 30/4, 36/4a-d - פונקציה לוגריתמית 18/5 אי-שוויונות - פונקציה מעריכית (בסיס a) 6/2 - פונקציה מעריכית (בסיס e) 4/2 פונקציה זוגית/אי-זוגית - פונקציה טריגונומטרית 36/3 נקודות קיצון מוחלט - פונקציית שורש 21/3 - פונקציה טריגונומטרית 13/3, 15/4, 20/5, 21/4, 24/3, 25/3, 26/3, 41/3 - פונקציה מעריכית (בסיס a) 21/3 טרנספורמציה של פונקציה - ערך מוחלט 40/4 - פונקציה הופכית 18/3 - שיקוף ביחס לציר x 29/5, 36/5, 43/4, 45/5 - שיקוף ביחס לציר x ומתיחה אנכית 31/4, 35/4, 38/4, 39/4, 42/5, 44/3 - הזזה אנכית 24/3, 26/5, 27/5, 30/3, 34/4, 36/3, 40/3, 41/3, 41/5, 42/5, 43/5, 44/5, 45/4</p> |
|---|--|



בוריס ג'ונסון. ראש ממשלת בריטניה ממפלגת השמרנים, הטיח ביריבו הפוליטים ממפלגת הלייבור (העבודה):

"חצי מכם אנטישמים". יושב הראש כעס מאוד וקרא לו לחזור בו מהאשמתו זו.

בוריס ג'ונסון ענה לו: "בסדר. חצי מכם אינם אנטישמים. . ."

הנוסחאות הרשמי לארבע יחידות

אלגברה

נוסחאות הכפל המקוצר: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

משוואה ריבועית: $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, השורשים: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

- סדרות:

| סדרה הנרסית | סדרה חשבונית | כלל נסיגה |
|---|--|-----------|
| $a_1 = a$, $a_{n+1} = a_n \cdot q$ | $a_1 = a$, $a_{n+1} = a_n + d$ | |
| $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ | $a_n = a_1 + (n - 1)d$ | האיבר ה-n |
| $S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$ $S = \frac{a_1}{1 - q}$: סכום אינסופי | $S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$ $S_n = \frac{n \cdot [2a_1 + (n - 1)d]}{2}$ | סכום |

- חוקות: $(a \neq 0, b \neq 0)$

$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$, $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$, $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$, $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$, $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

לוגריתמים $(a, b, c > 0 ; a, b \neq 1)$: $\log_a(a^b) = b$, $a^{\log_a b} = b$, $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$

$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$, $\log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$

גידול ודעיכה: שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן t הוא q : $M_t = M_0 \cdot q^t$

גאומטריה אנליטית

שיפוע m של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) : $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

משוואת ישר $y = mx + b$ העובר בנקודה (x_1, y_1) : $y - y_1 = m(x - x_1)$

שיעורי נקודת האמצע $M(x_M, y_M)$ של קטע שקצותיו הם $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ הם:

$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$

המרחק d בין הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$:

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

שני ישרים בעלי שיפועים m_1 ו- m_2 מאונכים זה לזה אם ורק אם: $m_1 \cdot m_2 = -1$

משוואת מעגל שמרכזו (a, b) , ורדיוסו R : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

הסתברות

- נוסחת ברנולי - ההסתברות ל- k הצלחות מתוך n נסיונות בהתפלגות בינומית, כאשר

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad \text{כאשר } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- הסתברות מותנית: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, - נוסחת בייס: $P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)}$

טריגונומטריה

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta, \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha, \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

- משפט הסינוסים: (R - רדיוס המעגל החוסם את המשולש) $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

- משפט הקוסינוסים: (γ היא הזווית הכלואה בין a ל- b) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

- אורך קשת של α רדיאנים: $l = \alpha R$, שטח גזרה של α רדיאנים: $S = \frac{1}{2} \alpha R^2$

- שטח משולש: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$ (α היא הזווית הכלואה בין b ל- c)

- גופים במרחב: מנסרה ישרה וגליל: נפח: $V = B \cdot h$ (B - שטח הבסיס, h - גובה הגוף)

שטח מעטפת: $M = P \cdot h$ (P - היקף הבסיס, h - גובה הגוף)

פירמידה וחרוט: נפח: $V = \frac{B \cdot h}{3}$ (B - שטח הבסיס, h - גובה הגוף)

שטח מעטפת: $M = \pi R l$ (R - רדיוס העיגול, l - הקו היוצר)

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

- נגזרות:

$$(x^t)' = t x^{t-1}, \quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad (\sin x)' = \cos x, \quad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad (a^x)' = a^x \cdot \ln a, \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

נגזרת של מכפלת פונקציות: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

נגזרת של מנת פונקציות: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

נגזרת של פונקציה מורכבת: $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$ כאשר: $u'(x)$ היא נגזרת

של u לפי x (נגזרת פנימית) ו- $f'(u)$ היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית)

- אינטגרלים: $\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + c, \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$

אם $F(x)$ היא פונקציה קדומה של $f(x)$ אז: $\int f(mx + b) dx = \frac{1}{m} F(mx + b) + c$