מיכאל שרשונוב

פתרונות מבחני מה"ט

מכניקה טכנית

כולל: **סטטיקה** - פרקי תיאוריה

1996 - 2017 (46 מבחנים)

הוצאת שורש (אלי מיטב) *052 – 2671210*

email: ***elmtv@017.net.il*** web: ***http://www.shoresh1.co.il***

בע"ה מרחשון התשע"ח

נובמבר 2017

הקדמה

*ספר זה, היוצא במהדורה רביעית, מכיל פרקי תיאוריה ותרגול של סטטיקה, והוא המשך של הספר '**מבוא לפיסיקה**'. בחלקו השני של ספר זה מוצגים פתרונות מלאים של מבחני מה"ט ב**מכניקה טכנית** שנערכו בין השנים 1996-2017 (46 מבחנים). בסוף פתרון של כל מבחן מוצגות התשובות הסופיות של השאלות במרוכז. את השאלות ניתן לראות באתר של מה"ט באינטרנט - 'בחינות ממלכתיות להנדסאים וטכנאים - הנדסת מכונות', והפתרונות נערכות לפיהם. אם באתר מה"ט חסר מבחן כלשהו, או שאלה כלשהי - הרי שהם חסרים גם באוסף זה. כל פתרון מתחיל בתרשים המצב של רשימת הנתונים וסימון הנדרש בשאלה.*

הלימוד למבחני הגמר אינו שלם ללא התמודדות עם השאלות שהופיעו במבחני הגמר בשנים הקודמות. פתרון מבחן גמר אינו דומה לפתרון שאלות בספרי לימוד. בדרך כלל מופיעים בשאלה מספר נושאים ואפילו רחוקים זה מזה.

בסוף הספר נמצאת רשימה ממוינת של השאלות על פי הנושאים. מיון זה אינו חד־משמעי, מכיון שבחלק מהשאלות מעורבים מספר נושאים שונים.

אשמח לקבל תגובות והערות. ליצירת קשר:

דואל: shermisha@hotmail.com .

ב ה צ ל ח ה

מיכאל שרשנוב

מוקדש בכבוד רב

לגב' וולין ברוניה

תוכן

פרק 1 - סטטיקה כוחות משותפי נקודה. שיווי משקל גופים

1.1 מבוא 1

1.2 אקסיומות סטטיקה 2

1.3 זוג כוחות מאוזנים 2

1.4 מערכת כוחות מישוריים 4

1.5 פירוק וקטור הכח לרכיבים 6

1.6 כוחות סטטיקה 7

1.7 כח הכובד 7

1.8 כח אלסטי. חוק הול 7

1.9 הכח הנורמלי (הנורמל) 7

1.10 כח המתיחות 8

1.11 כח חיכוך סטטי 8

1.12 קשרים וסמכים 9

1.13 עקרון שחרור הגוף מהסמכים 10

1.14 סמכים במערכת כוחות מישוריים 10

1.15 זווית החיכוך. קונוס החיכוך 12

1.16 בעיות 19

פרק 2 - מומנט הכח יחסית נקודה ויחסית לציר

2.1 מומנט הכח יחסית נקודה 31

2.2 תנאי שיווי־משקל גוף קשיח (צפיד) 32

2.3 סמך מקובע או סמך רתום 33

2.4 בעיות מומנטים 36

פרק 3 - שיווי משקל של מערכת גופים במישור

3.1 חיבור כוחות מקבילים 61

3.2 זוג כוחות במישור 64

3.3 בעיות 65

פרק 4 - מרכז המסה ומרכז הכובד

4.1 מרכז המסה 75

4.2 צפיפות 76

4.3 מרכז המסה גופים שונים 78

בעיות 80

פרק 5 - מערכת גופים במישור

5.1 מבוא 94

5.2 מסבכים ומבנים 94

5.3 צמתים מיוחדים 99

5.4 מבנים 100

5.5 בעיות מסבכים ומבנים 102

פרק 6 - תנועה מישורית של גוף קשיח

6.1 מבוא 117

6.2 מרכז של סיבוב רגעי 118

6.3 חישוב מהירות של תנועה מישורית 119

6.4 בעיות תנועה מורכבת 125

פרק 7 - כוחות במרחב

7.1 פירוק וקטור כח לרכיבים במרחב 136

7.2 סמכים במערכת כוחות מרחבית 138

7.3 מומנט הכח יחסית לציר 139

7.4 בעיות 148

פתרונות מבחני מה"ט

מבחן 1 - אביב 1996 157

מבחן 2 - קיץ 1996 165

מבחן 3 - אביב 1997 172

מבחן 4 - קיץ 1997 182

מבחן 5 - אביב 1998 190

מבחן 6 - קיץ 1998 199

מבחן 7 - אביב 1999 209

מבחן 8 - קיץ 1999 217

מבחן 9 - אביב 2000 224

מבחן 10 - קיץ 2000 ____ 232
מבחן 11 - קיץ 01 ____ 241
מבחן 12 - אביב 02 ____ 249
מבחן 13 - קיץ 02 ____ 256
מבחן 14 - אביב 03 ____ 265
מבחן 15 - קיץ 03 ____ 272
מבחן 16 - אביב 04 ____ 280
מבחן 17 - קיץ 04 ____ 289
מבחן 18 - אביב 05 ____ 297
מבחן 19 - קיץ 05 ____ 303
מבחן 20 - אביב 06 ____ 311
מבחן 21 - קיץ 06 ____ 320
מבחן 22 - אביב 07 ____ 327
מבחן 23 - קיץ 07 ____ 334
מבחן 24 - אביב 08 ____ 342
מבחן 25 - קיץ 08 ____ 350
מבחן 26 - אביב 09 ____ 358
מבחן 27 - קיץ 09 ____ 367
מבחן 28 - אביב 10 ____ 373
מבחן 29 - קיץ 10 ____ 383
מבחן 30 - אביב 11 ____ 391
מבחן 31 - קיץ 11 ____ 401
מבחן 32 - אביב 12 ____ 411
מבחן 33 - קיץ 12 ____ 421
מבחן 34 - אביב 13 ____ 431
מבחן 35 - קיץ 13 ____ 439
מבחן 36 - אביב 14 ____ 451
מבחן 37 - קיץ 14 ____ 462
מבחן 38 - חורף 14 ____ 472
מבחן 39 - אביב 15 ____ 481
מבחן 40 - קיץ 15 ____ 492
מבחן 41 - חורף 15 ____ 502
מבחן 42 - אביב 16 ____ 510
מבחן 43 - קיץ 16 ____ 520
מבחן 44 - חורף 16 ____ 529
מבחן 45 - אביב 17 ____ 536
מבחן 46 - קיץ 17 ____ 543
רשימת נוסחאות ____ 552
מיון שאלות על פי נושאים ____ 556

פרק 1: סטטיקה כוחות משותפי נקודה. שיווי משקל גופים

1.1 מבוא

הסטטיקה מהווה חלק של מכניקה המטפלת בתנאי שיווי המשקל גוף או מערכת גופים. בסיס הסטטיקה הוא מספר הנחות ואקסיומות.
תחילה ננסח את הגדרות בהן נשתמש בהסברים וחישובים.

גוף נקודתי - (מסה נקודתית) - הגוף שכל הממדים שלו שווים לאפס.

מסה נקודתית היא הנקודה בה מתרכזת כל מסה הגוף בתנאי שכוחות המשיכה בין חלקיקי הגוף שואפים לאינסוף.

גוף קשיח – גוף בו מרחקים בין כל נקודותיו נשארים קבועים.

גוף קשיח לא קיים במציעות. כל כוח הפועל על גוף גורם לשינוי צורת הגוף. אבל בחלק המקרים ניתן להתעלם מעיוות צורה של גופים (בדפורמציה) ועקב כך קל יותר לבצע חישוב כוחות הלא ידועים.

כוח - מידה כמותית ואיכותית של השפעה הדדית בין גופים.

מערכת כוחות - מספר כוחות הפועלים על גוף מסוים או על קבוצת הגופים.

כוח השקול - כוח **<u>אחד</u>** המחליף את כל הכוחות האחרים וגורם לאותן התוצאות.

כוח מאזין - כוח השווה לכוח המופעל על הגוף ופועל לאורך אותו הקו במגמה ההפוכה.

שיווי- המשקל - מצבו בו כל נקודות הגוף או מערכת גופים שומרים על מיקומן

מערכת כוחות מאוזנים - מערכת כוחות הפועלים על גוף ולא מאפרת את מצב שיווי המשקל.

כוחות נפגשים - כוחות הנמצאים במשור אחד אשר קווי פעולה של כוחות נפגשים בנקודה אחת.

1.2 אקסיומות סטטיקה

אקסיומות סטטיקה הן הכללה ניסיון אנושי על תכונות עולם סביבונו. שתי אקסיומות הם בו-זמנית ניסוחים של חוק הראשון והשלישי של ניוטון.

1. גוף הנמצא תחת השפעה מערכת כוחות מאוזנים **נח** (שרוי במצב שיווי המשקל) או נע במהירות קבועה ובקו ישר. (חוק הראשון של ניוטון).

2. כוחות השפעה הדדית שווים בגודלם ומנוגדים בכיוונם. (חוק השלישי של ניוטון). כוחות השפעה הדדית תמיד פועלים על אורך אותו הקו.

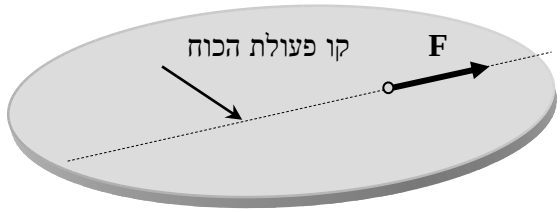
3. שני כוחות הפועלים על גוף קשיח הם **<u>כוחות מאוזנים</u>** ,אם נמצאים במישור אחד שווים בגודלם ,מנוגדים בכיוונם ופועלים על אורך אותו הקו.

4. מצב הגוף לא ישתנה, אם לכוחות הקיימים נוסיף (או נסיר ממנו) מערכת כוחות מאוזנים.

5. הכוח השקול של הכוחות הנפגשים פועל בנקודת החיתוך ושווה בגודל ובכיוון לאלכסון מקבילית הבנויה על כוחות המחוברים שלו. ככל הזה מכונה בשם כלל מקבילית.

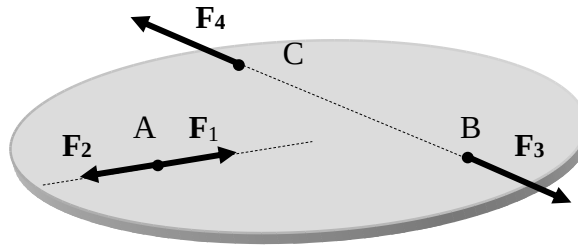
1.3 זוג כוחות מאוזנים

בחשבון וקטורי מוגדר את המונח של קו פעולת הווקטור . כוח הוא ווקטור ובדומה לחשבון ווקטורי נגדיר את קו פעולת הכוח כקו המתלכד עם ווקטור הכוח.(איור מס' 1) ווקטור הכוח מהווה קטע מהקו פעולתו.



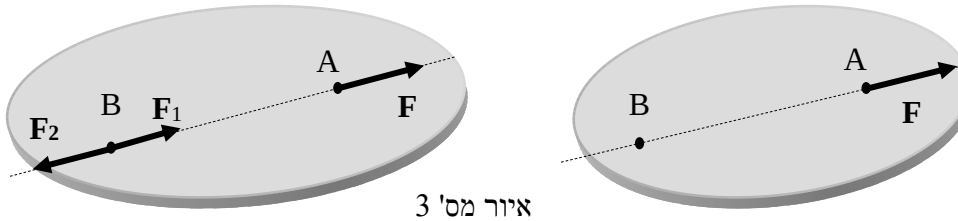
איור מס' 1

על פי אקסיומה מסי 3 , כוח השקול של שני הכוחות מאוזנים שווה לאפס. זוג כוחות הלא נקרא "**זוג כוחות מאוזנים**". "זוג כוחות מאוזנים" - הוא שני הכוחות שווים בגודלם ומנוגדים בכיוונם הפועלים על אורך אותו הקו. סכום של "זוג כוחות מאוזנים" תמיד שווה לאפס. לא חשוב האם נקודת האחיזה של שני הכוחות היא משותפת או לכל אחד מהכוחות נקודות האחיזה שונות. למשל לזוג כוחות "הראשון" $\mathbf{F}_1$ ו - $\mathbf{F}_2$ נקודת האחיזה משותפת – נקודה A. לזוג כוחות "השני" $\mathbf{F}_3$ ו– $\mathbf{F}_4$ שתי נקודת האחיזה שונות הנמצאות על קו פעולתם: נקודה B ונקודה C. (איור מס' 2)



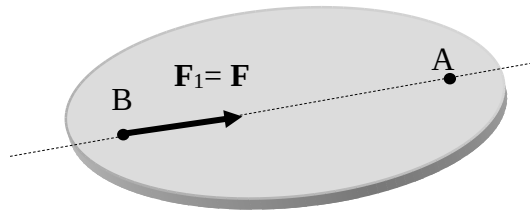
איור מס' 2

נוכיח כי מותר להעביר כוח לאורך קו פעולתו מנקודה האחיזה אחת לנקודה האחיזה כלשהי אחרת. לצורך ההוכחה נוסיף על גוף עליו פועל כוח **F** בנקודה A "זוג כוחות מאוזנים" בנקודה שרירותית B. נבחר שכל אחד מה "זוג כוחות מאוזנים" שווים בגודל לכוח **F** - $\mathbf{F_1} = \mathbf{F_2} = \mathbf{F}$ והם פועלים לאורך אותו הקו AB (איור מס' 3).



איור מס' 3

כעת נסיר מהגוף שני כוחות: **F** ו - $\mathbf{F_2}$ כ"זוג כוחות מאוזנים" . עקב כך נשאר כוח $\mathbf{F_1}$ הפועל בנקודה B , שגודלו וגם כיוונו זהה לכוח **F** (איור מס' 4).

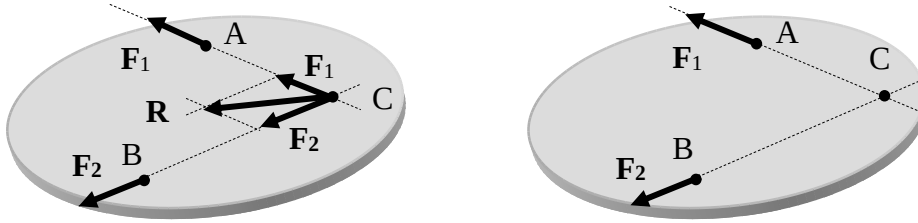


איור מס' 4

1.4 מערכת כוחות מישוריים. חיבור כוחות

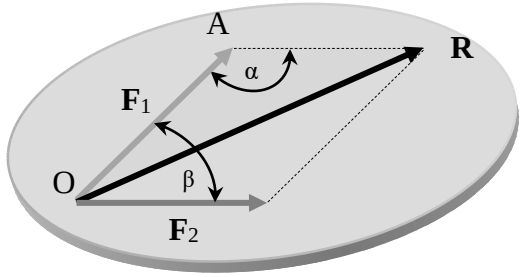
מערכת כוחות מישוריים – מספר כוחות אשר קווי פעולתם נמצאים במישור אחד. ישנם שני מקרים: כוחות שקווי פעולתם חותכים זה את זה וכוחות שקווי פעולתם מקבילים זה לזה. נטפל תחילה במערכת בה שני כוחות שקווי פעולתם חותכים זה את זה. מערכת כוחות האלה נקראת מערכת כוחות משותפי נקודה. על מנת בנייה של כוח השקול מעתיקים שני הכוחות הפועלים על גוף לאורך קווי פעולתם לנקודה משותפת C. דרך "ראש" כוחות $\mathbf{F_1}$ **ו** – $\mathbf{F_2}$ מעבירים שני קווים

(קווים נקודים) מקבלים לכל אחד מהכוחות. כתוצאה מכך קיבלנו מקבילית בה כוח השקול **R** הוא האלכסון המתחיל מנקודה משותפת **C** (איור מס' 5).



איור מס' 5

לחישוב ערך מספרי הכוח השקול של שני הכוחות נוח להשתמש במשפט קוסינוס. נעניין במשולש OAR (איור מס' 6).



איור מס' 6

על פי המשפט:

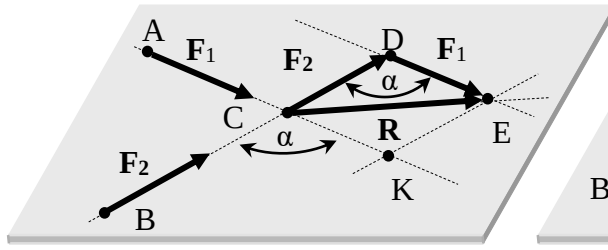
$$R^2= F_1^2 + F_2^2 – 2F_1\times F_1\cos\alpha$$

במקבילית $\alpha + \beta = 180^0$

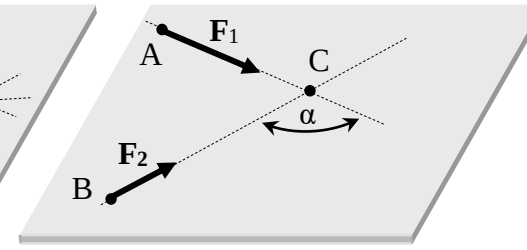
$$\cos\alpha =\cos(180^0-\beta) = - \cos\beta$$

לכן $R^2 = F_1^2 + F_2^2 +2F_1\times F_1\cos\beta$

במקום כלל המקבילית ניתן למצוא כוח השקול של שני כוחות באמצעות כלל משולש. מעתיקים תחילה אחד מהכוחות לנקודה C (איור מס' 7 א'). למשל, כוח **F2**. אחר כך לנקודה D בה נמצא "ראש" של ווקטור כוח **F2** מעתיקים במקביל לקו פעולתו את הווקטור של הכוח **F1** וסוגרים את המשולש ΔCDE. קו פעולה של הכוח השקול עובר דרך הנקודה משותפת של שני הכוחות - הנקודה C (איור מס' 7 ב').



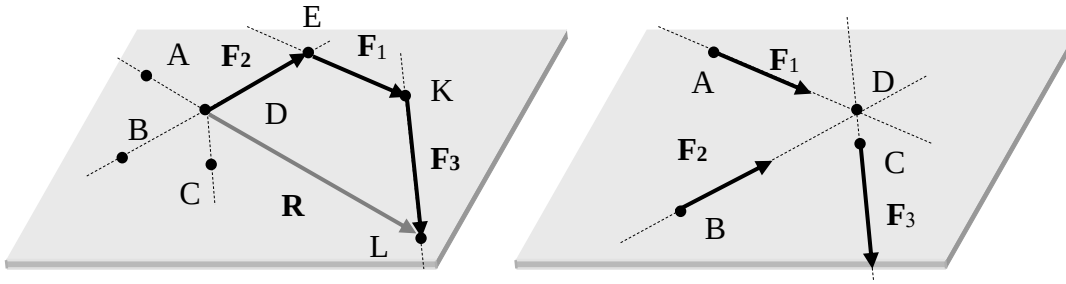
איור מס' 7 ב'



איור מס' 7 א'

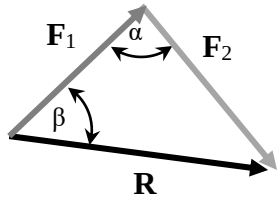
חישוב הכוח השקול **R** של מספר כוחות **F_3 ,F_2 ,F_1** ניתן לבצע באמצעות כלל הנקרא כלל המצולע. על פי הכלל מעתיקים אחד מהכוחות למשל הכוח **F_2** לנקודה D (איור מס' 8). אחר כך לנקודה E בה נמצא "ראש" של הווקטור הכוח **F_2** מעתיקים הכוח **F_1** במקביל לקו פעולתו. ממשיכים בפעולה הדומה לגבי הכוח **F_3** וסוגרים את המצולה DEKL. קו הפעולה של הכוח השקול עובר דרך הנקודה משותפת של שלושה הכוחות וזאת הנקודה D .

$$\mathbf{R=F_1+F_2+F_3}$$



איור מס' 8

דוגמה. נתונים שני כוחות $F_1=200$ N ו – $F_2=300$ N . זווית בין הכוחות 40^0 (איור מס' 9). מהו כוח השקול (גודל וכיוון)?



איור מס' 9

פתרון: על פי המשפט קוסינוס:

$$R^2= F_1^2 + F_2^2 – 2F_1\times F_1 Cos\alpha$$

$$R^2= 200^2 + 300^2 – 2\times200\times300\times Cos40^0$$

$$R=560.39\ N$$

לחישוב כיוון כוח השקול נשתמש במשפט סינוסים. נסמן זווית בין הכוח השקול לבין הכוח F_1 ב – β. על פי המשפט סינוסים:

$$\frac{F}{Sin\alpha}=\frac{F_2}{Sin\beta} \qquad \frac{560.39}{Sin40^0}=\frac{300}{Sin\beta}$$

מכון: $$\mathbf{\beta = 20.15^0}$$

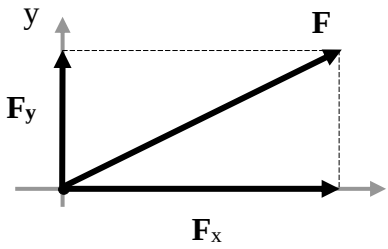
במקרה בו על גוף הנמצא במצב שיווי- המשקל פועלים בו זמנית יותר משני כוחות במקום משולש כוחות מתקבל מצולע. נרשום את ביטוי המתמטי המתאר את המצב שיווי- המשקל של הגוף:

$$\sum F_x= 0 \quad \sum F_y= 0 \qquad \text{או} \qquad \sum \mathbf{F} = 0$$

חישובים ערך מספרי וכיוון של כוח השקול נתן לבצע בעזרת פירוק ווקטור כוח לרכיבים.

1.5 פירוק ווקטור הכוח לרכיבים

הפעולה הזאת הפוכה לחיבור כוחות. משמעותה, להחליף את הכוח השקול בשני כוחות אחרים. כוחות המתקבלים עקב פעולת הפירוק נקראים רכיבים של הכוח. ישנם אינסוף אפשרויות החלפה הכוח בשני רכיביו. פירוק הכוח לרכיבים היא פעולה דומה לפירוק ווקטור כלשהו לרכיבים. נהוג לפרק הכוח לשני רכיבים המאונכים זה לזה. למציאת רכיבים מציבים את הכוח המפורק בראש מערכת צירים ומורידים אנכים לשני הצירים. (ראה את האיור מס' 10). רכיב מסוים מסמנים כמו סימן של הכוח מסוים עם תוספת אות של הציר בשורה התחתונה. חשוב לזכור, כי רכיבים של הווקטור הכוח הם גם ווקטורים. הווקטור הכוח המפורק הוא מהווה ווקטור של כוח השקול של רכיביו.



$\mathbf{F} = \mathbf{F_x} + \mathbf{F_y}$ איור מס' 10

1.6 כוחות סטטיקה

עתה נכיר מספר כוחות הפועלים על הגופים בסטטיקה. חשוב לזכור כי כוח מציין את מידת ההשפעה של גוף אחד על גוף אחר ולהפך. מאפיינים של הכוח הם: גודל, כיוון במרחב ונקודת אחיזה. חשוב לציין, שמקור הכוח הוא גוף אחד המשפיע על גוף השני וכתובת היעוד, ז"א , נקודת האחיזה הכוח, היא בגוף השני. יחידת הכוח הבסיסית במערכת יחידות בינלאומית SI היא 1 ניוטון = 1N. בטכניקה וטכנולוגיה משתמשים ביחידה ישנה שהיא קילוגרם כוח (1קג"כ = 1 kgF) . הקשר בין היחידות הוא: 1קג"כ= 9.81N.
בחלק מהמקרים מרכזים את כל הכוחות בנקודה אחת הנקראת נקודת האחיזה. אותו הכוח לא יכול להשפיע בו זמנית על שני גופים שונים. יעד הכוח מסוים הוא אך ורק גוף אחר המרגיש אותו. שגיאה נפוצה מאוד, לייחס לאותו הכוח יותר מיעד אחד.

1.7 כוח כובד

כוח כובד (משיכה) הוא כוח בו גופים נמשכים לפני כדור הארץ. לכוח משיכה, אנו קוראים כוח גרוויטציה ארצית וסימנו הוא **W**. לחישוב כוח כובד משתמשים בנוסחה:

$$\mathbf{W = mg}$$

W – כוח כובד (N)
m – מסה (kg)
g – תאוצה נפילת חופשית (m/sec^2)

כיוונו של כוח משיכה תמיד כלפי מרכז כדור הארץ. בציורים אנו מייצגים אותו באמצעות חץ היוצא מנקודה הנמצאת במרכז הגוף ונקראת מרכז המסה או מרכז הכובד. ישנם ספרים בהם כוח הכובד נקרא בשם משקל הגוף.

1.8 כוח אלסטי. חוק הוק

כוח אלסטי הוא כוח המחזיר את הגופים לצורה מקורית. מדען בריטי **הוק** גילה כי גודל כוח אלסטי נמצא ביחס ישר למידת שינוי האורך.

$-F_e$ כוח אלסטי (N)
L_1 - אורך לפני פעולת הכוח (m)
L_2 - אורך אחרי פעולת הכוח (m)
k - קבוע הכוח (N/m)

$$F_e = k\,(L_2 - L_1)$$

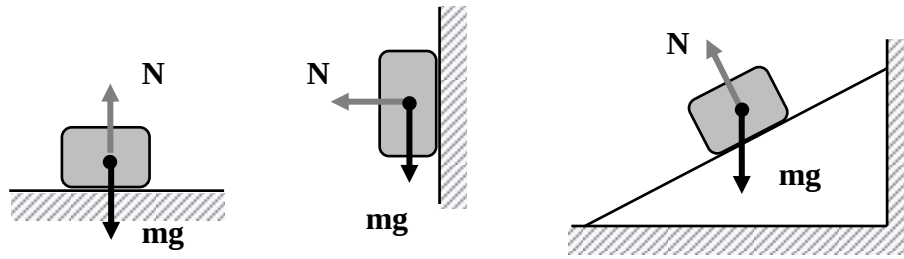
לביטוי $L_2 - L_1$ קוראים התארכות וסימנו - ΔL ז"א $\Delta L = L_2 - L_1$ וחוק הוק רושמים כך: $F_e = k\Delta L$. כאשר אפס של ציר ה – x מתלכד עם קצה של קפיץ רפוי, התארכות היא $x = \Delta L$ וחוק הוק ניתן לכתוב בצורה הבאה:

$$\vec{F}_{eL} = -k\vec{x}$$

סימן מינוס במשוואה חוק הוק בא כדי לציין את העובדה שכיוון של ווקטור כוח אלסטי תמיד הפוך לכיוון הווקטור העתק של חלקיקי הגוף בזמן שינוי צורתו. קבוע כוח אלסטי מראה מהו כוח אלסטי כאשר התארכות גוף שווה ליחידת האורך. מתוך נוסחה של חוק הוק נובע כי קבוע כוח אלסטי מודדים – בניוטון/מטר=N/m.

1.9 הכוח הנורמלי (הנורמל)

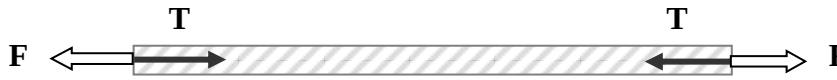
נכיר שני כוחות האלסטיים: הכוח **הנורמלי** וכוח **המתיחות**. כוח הנורמל - כוח שהתמיכה מפעילה על הגוף הנמצא עליה. כוח הנורמל תמיד מאונך למישור המגע בין גוף לבין תמיכתו. סימנו של כוח הנורמל הוא – **N** . הנורמל תמיד נוצר עקב שינוי צורת התמיכה. באיור מס' 11 שלמטה מתוארים מקרים שונים של הצגת כוח הנורמל (החץ האפור). בנוסף מסומן כוח הכבידה (החץ השחור). לצורך פתרון בעיות נוח לצייר את כוח הנורמל כחץ המתחיל ממרכז המסה, אף על פי שכוח הנורמל פועל בנקודות המגע בין הגופים. במקרים אחרים לגבי כיוון של כוח נורמל נטפל בהמשך לימודים של סמכים וכוחות התגובה שלהם.



איור מס' 11: כוח הנורמל תמיד מאונך למישור המגע בין גופים

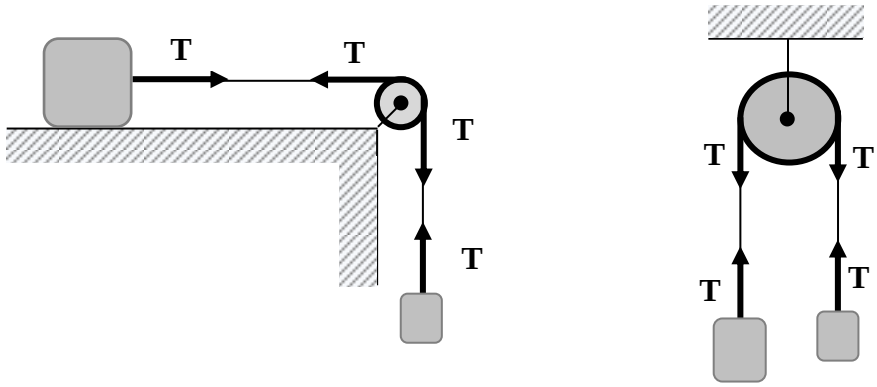
1.10 כוח המתיחות

כוח **המתיחות** הוא כוח, שחוט או חבל מתוח כלשהו, מפעיל על כל דבר שמחובר לקצותיו. הסימן של כוח המתיחות – **T**. כוח המתיחות תמיד פועל לאורך חוט או חבל. חוט מתוח בכוח **F** תמיד מנסה להתכווץ, וכוחות המתיחות $\mathbf{T}_1$ ו – $\mathbf{T}_2$, שמסומנים בחצים השחורים, מכוונים כלפי המרכז (איור מס' 12).



איור מס' 12: כוחות מתיחות

כוח המתיחות נשאר קבוע לכל אורך החוט. אם נחתוך את החוט בנקודה כלשהי, כוח המתיחות יהיה זהה משני הצדדים של החתוך.
כאשר חוט עובר דרך גלגלת, כוח המתיחות משנה את הכיוון, ולא הגודל. עקב שינוי הכיוון, כוח המתיחות פועל גם על הגלגלת (איור מס' 13).



איור מס' 13: כוח מתיחות במערכות משולבות גלגלת

1.11 כוח חיכוך סטטי

כוח החיכוך הסטטי הוא כוח החיכוך המונע את ניתוק הגוף ממקום שבו הוא נמצא. כיוונו של כוח החיכוך הסטטי הוא תמיד נגד כיוונו של כוח אחר המנסה להזיז את הגוף ובמקביל למישור המגע בין הגופים המתחככים. דרך נוחה יותר לבירור כיוון של כוח החיכוך הסטטי היא קביעת כיוון תזוזה האפשרית של הגוף.
כיוון כוח חיכוך סטטי תמיד במגמה הפוכה לכיוון התזוזה האפשרית. חשוב לציין כי כוח חיכוך סטטי תמיד מאונך לכיוון של כוח הנורמל. גודל של כוח החיכוך הסטטי שווה לגודל של כוח אחר (או של כוח השקול של כל הכוחות האחרים חוץ מכוח החיכוך הסטטי) שפועל על הגוף. ביטוי מתמטי לחישוב כוח החיכוך הסטטי נתון על ידי נוסחה הבאה:

$$\mathbf{F}_s = \Sigma \mathbf{F}$$

שינוי כוח הפועל על הגוף גורם לשינוי כוח חיכוך סטטי. ז"א שכוח החיכוך הסטטי יכול לקבל ערכים שונים שבין אפס לבין ערך המרבי המסומן ב - $\mathbf{F_{Smax}}$ כאשר הגוף נמצא על סף התזוזה. ביטוי מתמטי לחישוב של כוח החיכוך הסטטי המכסימלי הוא:

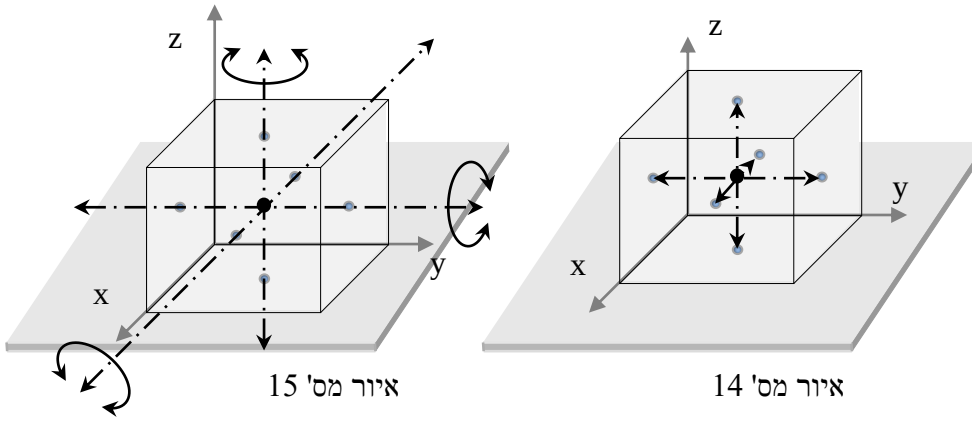
$$\mathbf{F_{Smax} = \mu_S \times N}$$

F_{Smax} – כוח החיכוך הסטטי המכסימלי (N)
μ_S – מקדם החיכוך סטטי
N – כוח נורמל (N)

מקדם החיכוך הסטטי הוא מספר קבוע המאפיין את שני החומרים הנמצאים במגע ולא תלוי בגודל כוחות שפועלים על הגוף. ערך מספרי של מקדם החיכוך הסטטי תלוי אך ורק בסוג חומרים של שני גופים הנמצאים במגע זה עם זה.
למקדם החיכוך אין יחידות מדידה, הוא בעצם מספר טהור. ערך המספרי של המקדם החיכוך הסטטי אנו לוקחים מתוך טבלאות. חשוב לציין כי המקדם החיכוך הסטטי במידה משמעותית מושפע נוכחות מחומרי הסיכה. חומרי הסיכה "מיישרים את הבליטות של מישורים הנמצאים במגע. כתוצאה מכך המקדם החיכוך הסטטי וז"א כוח החיכוך הסטטי הולך וקטן.

1.12 קשרים וסמכים

גוף קשיח שאינו מוגבל בתנועתו בכל מגמה במרכב נקרא גוף חופשי. באופן כלל לגוף חופשי יש שש דרגות חופש - שש אופציות התנועה. שלוש מהן – תנועה מתקדמת: ימינה-שמאלה, קדימה-אחורה, מעלה –מטה (איור מס' 14). עוד שלוש דרגות חופש – תנועה סיבובית מסביב שלושה צירים קואורדינטות במרחב (איור מס' 15).



איור מס' 14 איור מס' 15

גופים הלא מאפשרים את התנועה מתקדמת או סיבובית של גוף הקשיח נקראים קשרים או **סמכים**. עקב השפעה הדדית בין גוף קשיח לבין הקשרים המגבילים תנועתו נוצרים כוחות הנקראים כוחות תגובה או במלים אחרות **כוחות ריאקציה**. על פי חוק השלישי של ניוטון כוחות הריאקציה שווים בגודלם לכוחות שגוף קשיח מפעיל על הקשרים שלו.

1.13 עקרון שחרור הגוף מהסמכים

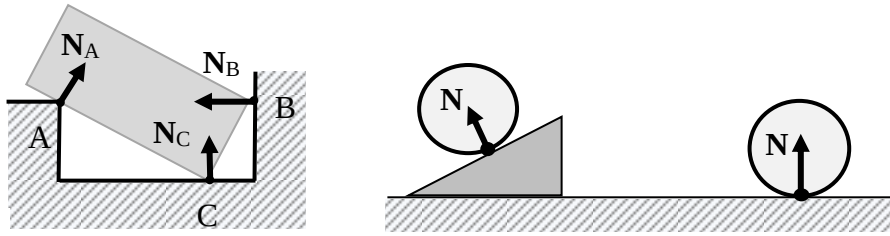
אחד מהשלבים של פתרון בעיות בחישוב כוחות הוא סימון כוחות הפועלים על גוף. לצורך כך נטפל בכוחות ריאקציה על מנת שחרור גוף מהסמכים. על פי העיקרון ניתן להסיר את הסמכים ולהחליף אותם בכוחות הריאקציה בנוסף לכוחות חיצונים. העיקרון מאפשר לנו לטפל בגוף לא חופשי כמו בגוף חופשי עליו פועלים בנוסף לכוחות חיצוניים גם כוחות ריאקציה של הסמכים.

1.14 סמכים במערכת כוחות מישוריים

ישנם מספר סוגים שונים של הסמכים. עתה נטפל רק בשני מהם: סמך נייח וסמך נייד. סמך נייד הוא בעצם מישור אידיאלי (ללא חיכוך) המפעיל כוח ריאקציה (תגובה) על הגוף הנמצא במגע עם המישור ומאפשר לגוף לנוע ביוון מסוים רק על פני המישור. כוח ריאקציה תמיד מאונך למישור המגע בין הגוף לבין התמיכה שלו. בציורים שלמטה מופיעים מספר מקרים של פעולה כוחות הריאקציה.

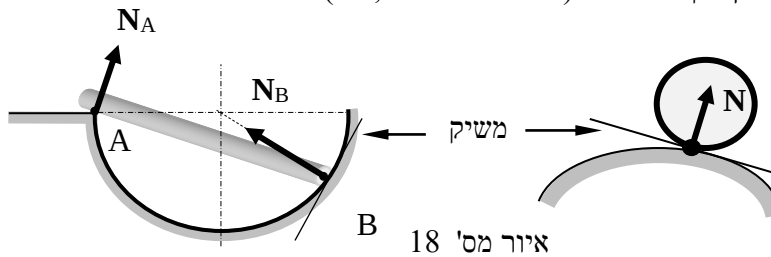
איור מס' 16

איור מס' 16 מתאר מקרה בו נוצר כוח ריאקציה בין שני המישורים ואנו מציירים כוח הריאקציה העובר דרך מרכז הגוף.



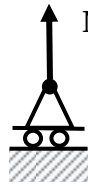
איור מס' 17

כאשר גוף נוגע לסמך או להפך הסמך נוגע לגוף אך ורק בנקודה אחת כוח הריאקציה מאונך למישור העובר דרך נקודת המגע (איורים מס' 17 , 18).



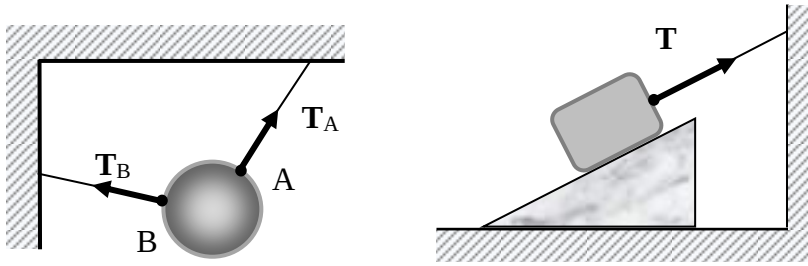
איור מס' 18

סמך נייד מקובל לסמן באמצעות משלוש הנמצא על גלגלים (איור מס' 19). כמו שהיה אמור כוח ריאקציה תמיד מאונך לסמך הנייד.



איור מס' 19 סמך נייד

סמך נייח מאפשר לגוף אך ורק תנועה סיבובית ולא התנועה המתקדמת. נטפל תחילה בסמך נייח גמיש כמו חוט, חבל או כבל. המקרה דומה לסמך נייד כי כוח הריאקציה תמיד פועל על אורך של הסמך הגמיש. כוח ריאקציה של סמך הגמיש הוא בעצם כוח מתיחות ואנו מסמנים אותו באות T (איור מס' 20).

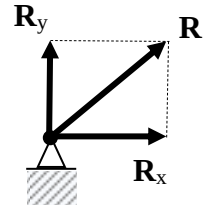


איור מס' 20 כוחות ריאקציה של סמך גמיש

סמך נייח מקובל לסמן באמצעות משולש הנמצא על המישור (איור מס' 21).

איור מס' 21 סימן של סמך נייח

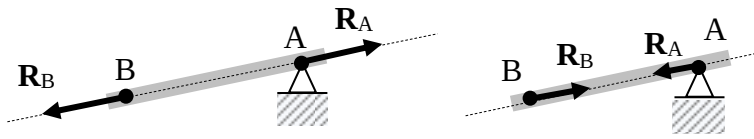
סמך נייח היא מפרק אידיאלי החלק לחלוטין (אין חיכוך בתוכו). מפרק האידיאלי מאפשר אך ורק תנועה סיבובית מסביב צירו הסמך. לחישוב גודל וכיוון **R** - כוח התגובה של סמך נייח מפרקים את הכוח לשני רכיבים במערכת צירים xOy : $\mathbf{R}_x$ ו - $\mathbf{R}_y$(איור מס' 22).



איור מס' 22 רכיבים כוח הריאקציה של סמך נייח

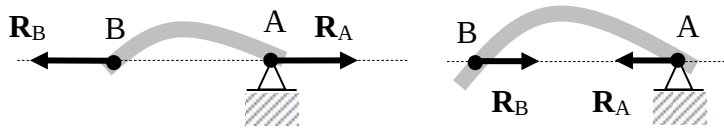
ישנם מקרה מיוחד בו ידוע את הכיוון כוח הריאקציה של סמך הנייח. כוח ריאקציה הפועל בקצה של המוט המחובר לסמך נייח מכוון לאורך המוט. הדבר מתקיים כאשר מוט חסר משק מחובר בקצה האחד לסמך נייח. בקצה השני פועל אך ורק כוח אחד על אורך המוט.

כוחות הריאקציה של המוט שווים בגודלם. חשוב לציין כי בסמך גמיש כוחות הריאקציה מכוונים תמיד פנימה לאורך הכבל. במקרה המוטות מחוסרות משקל מחוברות לסמך נייח ישנם שתי אפשרויות: כוחות פועלים או פנימה של המוט או החוצה (איור מס' 23).



איור מס' 23 כוחות הריאקציה מוטות ישרים מחוברות לסמך נייח

בנוסף לזה גם במוט מחוסר משקל הלא ישר המחובר לסמך נייח כוחות פועלים אך ורק בקצוות המוט נמצאים על אותו הקו (איור מס' 24).



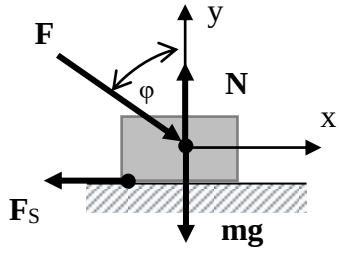
איור מס' 24 כוחות הריאקציה מוטות לא ישרים מחוברות לסמך נייח

1.15 זווית החיכוך. קונוס החיכוך

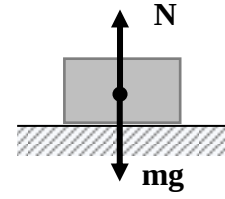
ננתח מקרה בו גוף נח על פני מישור אופקי מחוספס. מהו הכוח הדרוש להזזת הגוף? על הגוף פועלים שני כוחות (איור מס' 25): כוח המשיכה **mg** וכוח התגובה **N** כמתואר בתרשים. נפעיל על כוח נוסף **F** (איור מס' 26) הפועל בזווית φ לקו אנכי. נעניין במקרה בו בזווית $\varphi < 90^0$. עכב כך נוצר כוח חיכוך סטטי $\mathbf{F}_S$ המונע התנתקות הגוף מהמקום על פני המישור בו הוא שרוי.
הגוף יישאר במנוחה אם כוח השקול שווה לאפס. נבנה מערכת צירים, נצייר כוחות, נרשום משוואות שיווי המשקל ונוסחה לחישוב כוח חיכוך סטטי.

$$\sum F_x = 0 \qquad F\times\mathrm{Sin}\varphi - F_s = 0$$

$$\sum F_y = 0 \qquad N - F\times\mathrm{Cos}\varphi - mg = 0 \qquad F_s = \mu_s N$$

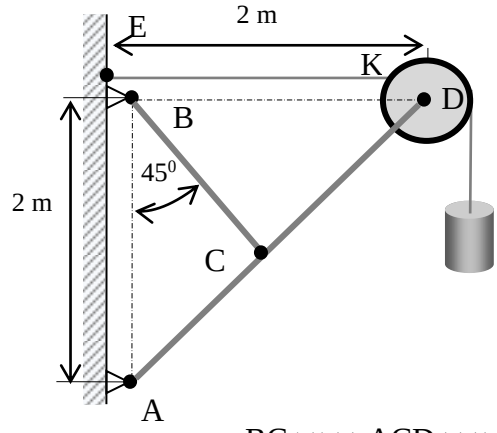


איור מס' 26



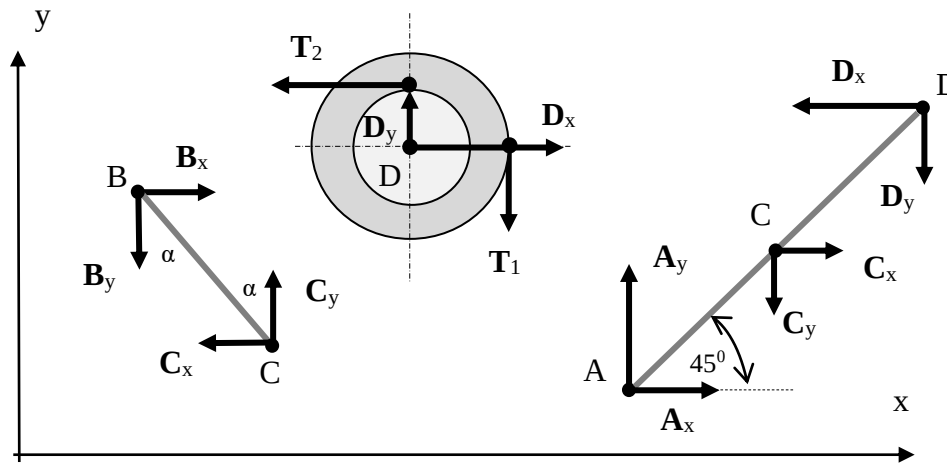
איור מס' 25

2017 קיץ מס' 6



נתון:
$m=200\ kg$
$g=9.81 m/sec^2$
א. דיאגרמות הגוף החופשי
ב. R_D-?
ג. R_C -?
ד. R_A-? R_B-?

א. דיאגרמות הגוף החופשי של הגלגלת, הקורה ACD והמוט BC.



ב. על המשקולת המחברת באמצעות הקבל לתוף הגדול פועלים שני כוחות. כוח המשיכה השווה ל – mg וכוח מתיחות הכבל T_1. בהנחה כי המשקולת נמצאת במצב שיווי-המשקל שני הכוחות מנוגדים בכיוון השווים בגודלם $T_1 = mg$. נרשום משוואות שיווי-המשקל של גלגלת.

$\Sigma M_D = 0$ $\quad -0.5T_1+0.25T_2=0$ $\quad -0.5mg+0.25T_2=0$ $\quad T_2=3924\ N$
$\Sigma F_y = 0$ $\quad D_y - T_1 = 0$ $\quad$ **$D_y=1962\ N$**
$\Sigma F_x = 0$ $\quad D_x - T_2 = 0$ $\quad$ **$D_x=3924\ N$**
לחישוב כוח **R_D** משתמשים במשפת פיתגורס. **$R_D = 4387.17\ N$**

ג. על קצוות של מוט BC פועלים אך ורק שני כוחות ועקב כך המוט יהיה בשיווי-המשקל אם הכוחות פועלים לאורך שלו. במקרה אחרת סכום מומנטים לא שווה לאפס. המוט נטוי בזווית של 45^0 ועקב כל כך הזוויות בין המוט BC ורכיבים הכוחות גם שווים ל- 45^0. כתוצאה מכך כל ארבע רכיבים שווים בגודלם. כוח $\mathbf{R}_C$ פועל באמצע ובמאונך לקורה ACD. אורך הקורה מחשבים במשפת פיתגורס. $AD = 2\sqrt{2}$

נרשום משוואות שיווי-המשקל של הקורה ACD.

$\Sigma M_A = 0 \quad -2T_1+2T_2 - \sqrt{2}R_C = 0 \quad R_C=\sqrt{2}mg \quad \mathbf{R_C = 2774.69\ N}$

ד. נמשיך במשוואות שיווי-המשקל של הקורה ACD.

$\Sigma F_x = 0 \quad A_x + C_x - D_x = 0 \quad A_x=1962\ N$

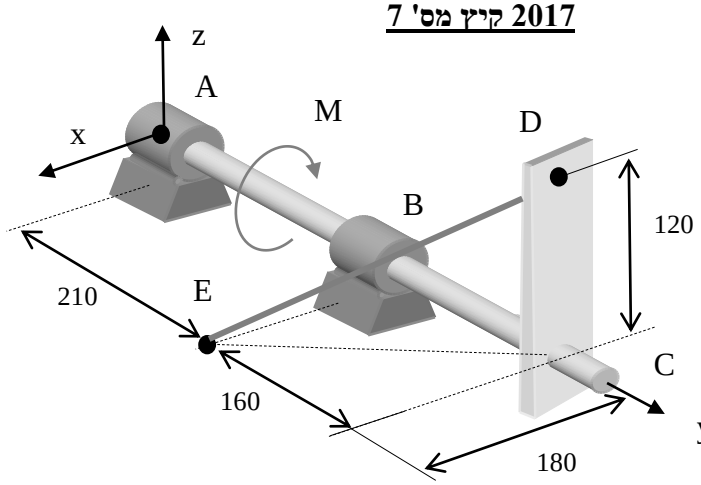
$\Sigma F_y = 0 \quad D_y - T_y = 0 \quad A_y=3924\ N$

לחישוב כוח $\mathbf{R_A}$ משתמשים במשפת פיתגורס. $\mathbf{R_A = 4387.17\ N}$

כמו שאמרנו קודם כוח $\mathbf{R_C}$ שווה בגודל לכוח $\mathbf{R_B}$ $\mathbf{R_B = 2774.69\ N}$

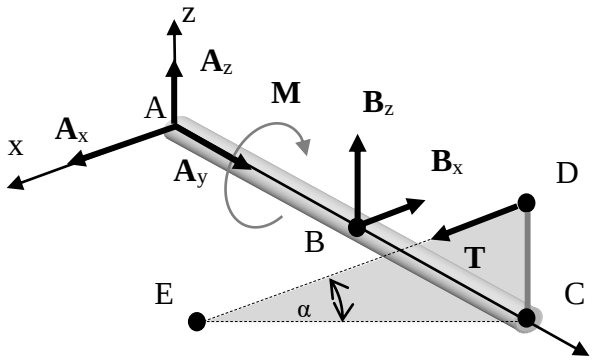
ב. $R_D = 4387.17$ N ג. $R_C = 2774.69$ N ד. $R_A = 4387.17$ N $R_B = 2774.69$ N

קיץ מס' 7 2017

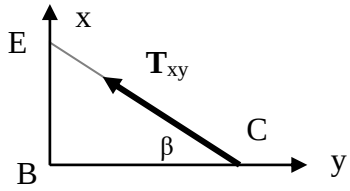


נתון:
$M=18\ N\times m$
א. T-?
ב. A_x-?
A_y-? A_z-?
ג. B-? B_z-?

א. נשחרר את המוט מסמכים,
נעביר מישור אנכי דרך נקודות DEC,
נסמן רכיבים הכוחות, זווית α
ונרשום משוואות שיווי-המשקל.
מתוך משפט פיתגורס נחשב מהו
מרחק CE. $CE = 20\sqrt{145}$.
$\text{Tan}\alpha = 6/\sqrt{145}\ \alpha = 26.49^0$
עתה נחשב רכיבים של כוח
המתיחות הכבל.



$T_z = -T\text{Sin}\alpha \qquad T_{xy} = T\text{Cos}\alpha$



מתוך משולש ישר זווית EBC נחשב גודל של זווית β.

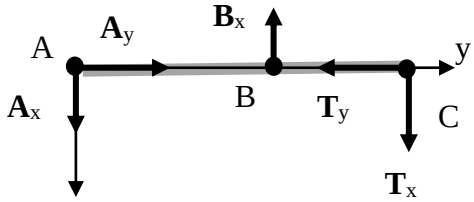
$\text{Tan}\,\beta = 9/8 \quad \beta = 48.37^0$.

$T_x = T_{xy}\text{Sin}\beta = T\text{Cos}\alpha\text{Sin}\beta$

$T_y = -T_{xy}\text{Cos}\beta = -T\text{Cos}\alpha\text{Cos}\beta$

ב. במצב שיווי-המשקל סכום מומנטים יחסית הציר ה-y שווה לאפס.

$\Sigma M_y = 0 \quad 0.12T_x - M = 0 \quad 0.12T\text{Cos}\alpha\,\text{Sin}\beta - M = 0 \quad \mathbf{T = 224.23\ N}$

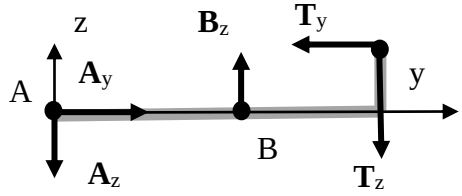


עתה נטפל בכוחות הנמצאים במישור האופקי.

$\Sigma F_y = 0 \quad A_y - T_y = 0$

$A_y - T\text{Cos}\alpha\,\text{Cos}\beta = 0$

$\mathbf{A_y = 133.33\ N}$



$\Sigma M_B = 0 \quad -0.21A_x + 0.16T_x = 0$

$-0.21A_x + 0.16T\text{Cos}\alpha\text{Sin}\beta = 0$

$\mathbf{A_x = 114.29\ N}$

נרשום משוואה שיווי-המשקל של כוחות הפועלים במישור האנכי zAy.

$\Sigma M_A = 0 \quad 0.21B_z + 0.12T_y - 0.37T_z = 0$

$0.21B_z + 0.12T\text{Cos}\alpha\text{Cos}\beta - 0.37T\text{Sin}\alpha = 0 \quad \mathbf{B_z = 100\ N}$

ג. נחשב את רכיבים הכוחות הפועלים במסב B.

$\Sigma F_z = 0 \quad -A_z - T_z + B_z = 0 \quad -A_z - T\text{Sin}\alpha + B_z = 0 \quad \mathbf{A_z = 0}$

$\Sigma M_A = 0 \quad 0.21B_x - 0.37T_x = 0 \quad 0.21B_x - 0.37T\text{Cos}\alpha\,\text{Sin}\beta = 0 \quad \mathbf{B_x = 264.29\ N}$

א.	$\mathbf{T = 224.23\ N}$
ב.	$\mathbf{A_z = 0 \quad A_y = 133.33\ N \quad A_x = 114.29\ N}$
ג.	$\mathbf{B_z = 100\ N \quad B_y = 0 \quad B_x = 264.29\ N}$

רשימה נוסחאות

משוואת תנועה שוות מהירות $x = x_0 + v(t - t_0)$

מהירות תנועה שוות תאוצה: $v = v_0 + a(t - t_0)$

משוואת תנועה שוות תאוצה

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a(t - t_0)^2}{2}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2}(t - t_0)$$

נפילה חופשית $y = y_0 - \frac{gt^2}{2} \qquad v = -gt$

זריקה כלפי מעלה $y = y_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}, \qquad v = v_0 - gt,$

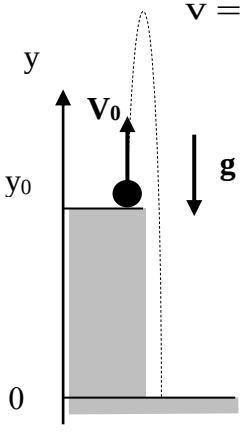
גובה מרבי של זריקה כלפי מעלה $y_{max} = y_0 + \frac{v_0^2}{2g}$

זריקה כלפי מטה $y = y_0 - v_0 t - \frac{gt^2}{2}, \qquad v = -v_0 - gt,$

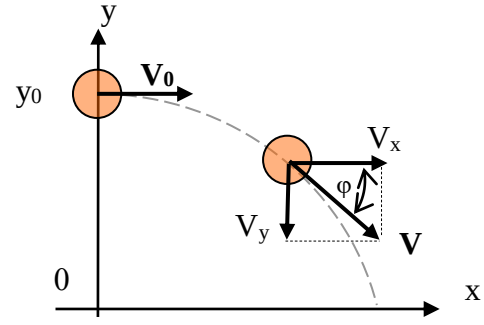
זריקה אופקית $x = v_0 t, \qquad y = y_0 - \frac{gt^2}{2}$

משוואת מסלול זריקה אופקית $y - y_0 = \frac{gx^2}{2v_0^2}$

מהירות $v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$ $v_x = v_0$ $v_y = -gt$



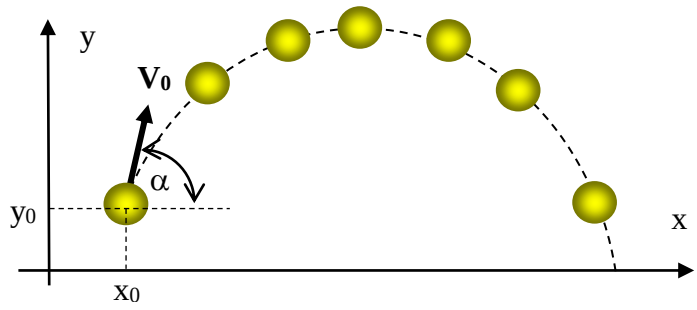
זריקה כלפי מעל



זריקה אופקית

זריקה משופעת

משוואות תנועה	$x(t) = x_0 + v_0 t \times \cos\alpha$ $y(t) = y_0 + v_0 t \times \mathrm{Sin}\ \alpha - \frac{gt^2}{2}$
זמן תנועה	$t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$
מהירות	$v_x = v_0 \mathrm{Cos}\alpha \quad v_y = v_0 \mathrm{Sin}\alpha - gt \quad v^2 = v_x^2 + v_y^2$
משוואת מסלול	$y = y_0 + (x - x_0)\tan\alpha - \frac{g(x - x_0)^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha}$
טווח הזריקה וגובה המרבי	$x = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}; \qquad y_{max} = \frac{v_0^2}{2g}\sin^2\alpha$



כוח כובד	$F = mg$
כוח אלסטי	$F = kx = k\Delta L$
כוח חיכוך קינטי	$F_k = \mu_k N$
כוח חיכוך סטטי המרבי	$F_{smax} = \mu_s N$
חוק שני של ניוטון	$\sum F = ma$
חוק שלישי של ניוטון	$F_1 = -F_2$
מומנט כוח	$M = F \times L \times \mathrm{Sin}\alpha$
תנאי שיווי – המשקל	$\sum F_x = 0 , \sum F_y = 0 , \sum F_z = 0 , \sum M_i = 0$
עבודה של כוח קבוע	$W = F \cdot x \cdot \mathrm{Cos}\alpha$
הספק ממוצע	$P = \frac{w}{t}$
הספק רגעי	$P = F \times V \times \mathrm{Cos}\alpha$

אנרגיה קינטית $E_k = \frac{mv^2}{2}$

אנרגיה פוטנציאלית (של כוח כובד) $E_p = mgh$

אנרגיה פוטנציאלית אלסטית $E_{el} = \frac{kx^2}{2}$

חוק שימור אנרגיה מכנית $mgh_1 + \frac{mv_1^2}{2} + \frac{kx_1^2}{2} = mgh_2 + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{kx_2^2}{2}$

קשר בין אנרגיה ועבודה כוחות לא משמרים $W_{\sum F} = E_2 - E_1$

חוק שימור התנע $m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = m_1\mathbf{u}_1 + m_2\mathbf{u}_2$

מהירות זוויתית $\omega = \frac{\varphi}{t}$

מהירות קווית $v = \omega R$

תאוצה צנטריפטלית $a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

זמן מחזור ותדירות $T = \frac{1}{f}$

מהירות זוויתית ותדירות $\omega = 2\pi f$

קואורדינאטות מרכז הכובד של לוח אחיד $x_C = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i}, \quad y_C = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i}$

קואורדינאטות מרכז הכובד של חצי עיגול $x_c = 0 \quad y_c = \frac{4R}{3\pi}$

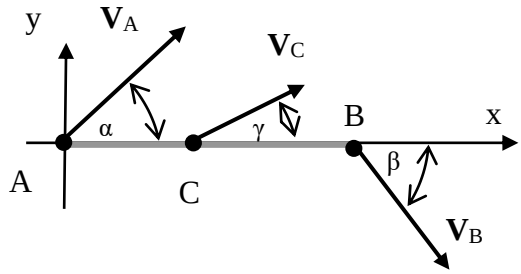
קואורדינאטות מרכז הכובד של רבע עיגול $x_c = y_c = \frac{4R}{3\pi}$

היטלים מהירויות שתי נקודות בתנועה מישורית של גוף קשיח

$$V_{Ax} = V_{Bx} \quad \text{או} \quad V_A\text{Cos}\alpha = V_B\text{Cos}\beta$$

$$\left| V_{1y} - V_{2y} \right| = L_{1,2} \times \omega$$

$$\text{או} \quad \left| V_A\text{Sin}\alpha - V_B\text{Sin}\beta \right| = L_{1,2} \times \omega$$



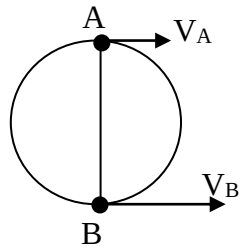
חישוב מהירות V_C וזווית בין טלטל לבין ווקטור מהירות של נקודה השלישית C

$$\text{Tan}\gamma = \left| \frac{\omega_{AB} \times L_{AC} - V_A \times \text{Sin}\alpha}{V_A \times \text{Cos}\alpha} \right|$$

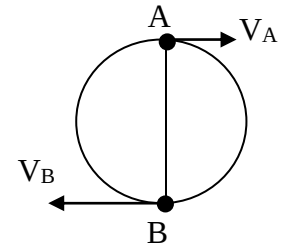
$$V_C = \sqrt{V_A^2 \pm 2V_A \times L_{AC} \times \omega_{AB} \times \text{Sin}\alpha + (L_{AC} \times \omega_{AB})^2}$$

כאשר מרחק ממרכז סיבוב רגעי PC < PA של המוט המסתובב בנוסחה בוחרים סימן פלוס. בכל מקרה אחר בוחרים סימן מינוס.

מהירות זוויתית של דיסק



$$\left| V_B - V_A \right| = L_{AB} \times \omega$$



$$\left| V_B + V_A \right| = L_{AB} \times \omega$$

זריקות : 1996 קיץ 3, 1997 אביב 2, 2000 קיץ 4, 2005 אביב 5, 2005 קיץ 4
2006 קיץ 6, 2009 אביב 4 , 2009 קיץ 4 , 2011 קיץ 4 , 2012 קיץ 4,
2014 אביב 4, 2015 אביב 4, 2015 קיץ 4, 2016 אביב 4, 2016 קיץ 4,
2017 אביב 4, 2017 קיץ 4

חיכוך: 1997 קיץ 3, 1998 אביב 3, 1999 קיץ 1, 2000 אביב 7, 2001 קיץ 2,
2003 אביב 5, 2004 קיץ 4 , 2006 קיץ 7, 2008 אביב 2, 2010 קיץ 3,
2012 אביב 3, 4 ,2013 אביב 2 , 2014 קיץ 2, 2015 חורף 3 , 2016 חורף 2

כוחות 1996 אביב 3, 1996 קיץ 1, 1998 אביב 1, 1998 קיץ 4, 2000 אביב 1,
בלבד: 2000 אביב 7, 2000 קיץ 2, 2002 אביב 1 ,אביב 5, 2002 קיץ 1, 2003 קיץ 1,5
2005 קיץ 1, 2006 קיץ 3, 2008 קיץ 1, 2009 קיץ 2 ,3.

כוחות 1996 אביב 7, 1996 קיץ 6, 1997 קיץ 7, 1998 אביב 6, 1998 קיץ 7,
1999 אביב 7, 1999 קיץ 6, 2000 אביב 6, 2000 קיץ 7, 2002 אביב 7,
במרחב: 2002 קיץ 7, 2003 אביב 7, 2003 קיץ 7, 2004 אביב 7, 2004 קיץ 7,
2005 קיץ 7, 2006 אביב 7, 2007 אביב 6, 2007 קיץ 6, 7, 2008 אביב 7,
(תלת- 2008 קיץ 7, 2009 אביב 7, 2009 קיץ 7 , 2010 אביב 7, 2010 קיץ 7,
ממד) 2011 אביב 7, 2011 קיץ 7, 2012 אביב 7, 2012 קיץ 7 , 2013 אביב 7,
2013 קיץ 7 , 2014 אביב 7, 2014 קיץ 7 , 2014 חורף 7, 2015 חורף 7,
2015 אביב 7, 2015 אביב 7, 2015 קיץ 7, 2016 אביב 7, 2016 קיץ 7,
2016 חורף 7, 2017 אביב 7, 2017 קיץ 7

מבנים: 1996 אביב 6, 1997 אביב 6, 1998 אביב 7, 1998 קיץ 6, 2000 קיץ 6,
2001 קיץ 5, 6, 2002 אביב 6, 2002 קיץ 2, 2002 קיץ 6 , 2003 אביב 6,
2003 קיץ 6, 2004 אביב 6, 2004 קיץ 6, 20005 אביב 6, 2005 אביב 7 ,
2005 קיץ 6, 2006 אביב 6, 2008 אביב 6, 2009 אביב 6, 2009 קיץ 6 ,
2010 אביב 6, 2011 אביב 6, 2011 קיץ 6, 2012 אביב 6, 2012 קיץ 6,
2013 אביב 6, 2013 קיץ 6, 2014 אביב 6, 2014 קיץ 6, 2014 חורף 6,
2015 חורף 6, 2015 אביב 6, 2015 קיץ 6, 2016 אביב 6, 2016 קיץ 6
2016 חורף 6 , 2017 אביב 6, 2017 קיץ 6

מסבכים: 1998 אביב 2, 2001 קיץ 5, 2002 קיץ 2, 2004 אביב 3, 2006 אביב 5,
2007 אביב 2, 2010 אביב 3, 2011 אביב 3, 2012 אביב 2 , 2012 קיץ 3,
2013 קיץ 3, 2014 אביב 3, 2014 קיץ 3, 2014 חורף 3, 2015 חורף 4,
2015 אביב 3, 2015 קיץ 3, 2016 אביב 3, 2016 קיץ 3, 2016 חורף 1 ,
2017 אביב 1, 2016 חורף 3, 2017 אביב 3, 2017 קיץ 3

תנועה 1998 אביב 5, 1998 קיץ 5, 1999 אביב 2, 2001 קיץ 1, 2001 קיץ 3, 2006 קיץ 4
מעגלית: 2008 אביב 5, 2008 קיץ 5, 2011 אביב 5 , 2012 קיץ 5 , 2014 קיץ 4

עבודה 1996 אביב 7, 1996 קיץ 2, 1999 קיץ 4, 2001 קיץ 1, קיץ 3, 2005 אביב 5,
2005 קיץ 5, 2006 קיץ 4, 2008 קיץ 3 2011 אביב 5 , 2012 קיץ 5,
ואנרגיה: 2013 אביב 4, 2013 קיץ 4, 2014 קיץ 4, 2015 אביב 4 , 2015 קיץ 4,
2016 אביב 4 , 2016 קיץ 4 , 2016 חורף 4 , 2017 אביב 4

מומנטים: 1996 אביב 1, 1996 קיץ 5, 1997 אביב 1, 1997 קיץ 1, 6, 1999 אביב 1,
1999 קיץ 1, 2 ,1999 קיץ 7, 2000 אביב 2, 2000 קיץ 1, 2, 2000 קיץ 2, 7,
2002 אביב 3, 2002 קיץ 3, 5, 2003 אביב 1, 2, 2003 קיץ 1, 2,
2004 אביב 1, 2004 קיץ 1, 3, 2005 אביב 1, 2 , 3, 2005 קיץ 3,
2006 אביב 1, 2006 אביב 3, 2006 קיץ 1 , 2006 קיץ 7 , 2007 אביב 1,
2007 קיץ 1, 2, 3, 2007 קיץ 6 , 2008 אביב 2, 3, 2008 קיץ 1, 2, 6
2009 אביב 1,2 2009 קיץ 1 , 2010 אביב 2, 2010 קיץ,2,1, 2010 קיץ 6,
2011 אביב 1, 2 , 2011 קיץ 1, 2, 2012 אביב 1 , 2012 קיץ ,1,2,
2013 אביב 1 , 2013 קיץ 1 , 2014 אביב 1, 2014 אביב 2, 2014 קיץ 1,
2014 חורף 1, 2015 חורף 1,2, 2015 אביב 1, 2015 קיץ 1,2, 2016 אביב 1,
2016 קיץ 1, 2 , 2016 חורף 1, 2017 אביב 1, 2017 קיץ 1

מרכז הכובד 1996 אביב 5, 1996 קיץ 4, 1997 קיץ 2, 1998 קיץ 2, 1999 אביב 3,
1999 קיץ 5, 7, 2000 אביב 3, 2000 אביב 5, 2001 קיץ 4, 2002 אביב 2,
2003 אביב 3, 2003 קיץ 3, 2004 אביב 4, 2005 קיץ 2, 2006 אביב 4,
2006 קיץ 2, 2007 אביב 3, 2010 אביב 1, 2010 אביב 4, 2010 קיץ 4,
2013 אביב 3, 2013 קיץ 2, 2014 חורף 2, 2015 חורף 2, 2015 אביב 2,
2015 קיץ 2 2016 אביב 2, 2016 קיץ 2, 2017 אביב, 2017 קיץ 2

תנועה מישורית 1996 אביב 4, 1997 קיץ 4, 1998 אביב 4, 1998 קיץ 3, 1999 קיץ 3,
2000 אביב 3, 2000 קיץ 5, 2002 אביב 2, 2002 קיץ 4, 2003 אביב 4,
גוף קשיח: 2003 קיץ 4, 2004 אביב 5, 2004 קיץ 5, 2005 אביב 4, 2006 אביב 2,
2006 קיץ 5, 2007 אביב 5, 2007 קיץ 5, 2008 אביב 4, 2009 אביב 5,
2009 קיץ 5 , 2010 אביב 5, 2010 קיץ 5, 2011 קיץ 5, 2012 אביב 5,
2013 אביב 5, 2013 קיץ 5, 2014 אביב 5 , 2014 קיץ 5, 2014 חורף 5,
2015 חורף 5, 2015 אביב 5, 2015 קיץ 5 , 2016 אביב 5, 2016 קיץ 5,
2016 חורף 5, 2017 אביב 5, 2017 קיץ 5

תנועה שוות מהירות ושוות תאוצה: 1996 אביב 2, 1997 אביב 4, 1997 קיץ 5, 2000 אביב 4, 2004 אביב 2,
2004 קיץ 2, 2007 אביב 4, 2007 קיץ 4, 2008 קיץ 4, 2009 אביב 3.

תנע ואנרגיה: 2013 קיץ 4, 2014 חורף 4+