

מספר מילים לפני

ספר זה מכיל שאלות ממבחני הבגרות בין השנים 2016-1967, המתאימות לשאלון 581 (806) בהתאם לעדכון האחרון של תכנית הלימודים. השאלות מחולקות לפי נושאים. לכל שאלה תשובה סופית בעמוד השאלה. בחלקו השני של הספר מובאים כל 35 מבחני הבגרות של שאלון 581 שנערכו עד כה במתכונת הנוכחית.

סימונים מתמטיים שמופיעים בספר:

\forall - לכל, \in - שייך, \nearrow - עליה, \searrow - ירידה, U - איחוד: היחס 'או', \cap - חיתוך: היחס 'וגם'
 \emptyset - קבוצה ריקה, $ab.$ - מוחלט, $ep.$ - נקודת קצה (end point), $ab.$ - מוחלט (absolute)
 \cup - קעירות (קעירות כלפי מעלה), \cap - קמירות (קעירות כלפי מטה).
 $y \rightarrow k = k$ - אסימפטוטה אופקית חד־צדדית ימנית $(+\infty)$, $y \leftarrow k = k$ - "כנ"ל שמאלית $(-\infty)$
 $x \rightarrow k = k$ - אסימפטוטה אנכית חד־צדדית ימנית $(x \rightarrow k)$ משמאל, $x \leftarrow k = k$ - "כנ"ל - שמאלית

בחלק מהשאלות שונה נוסח השאלה, מאילוצי עריכה, או מטעם אישי של 'אסתטיקה לשונית'.
 ככלל - סדר הצגת השאלות הוא כרונולוגי בלבד, למעט אילוצי עריכה. דיוקים נדרשים הושמטו כבוונה.

סרטוני הסבר לכל פתרונות המבחנים, שהתקיימו מ־2012 עד 2017 (מועד א), נמצאים באתר ההוצאה במְרֶשֶׁת (internet), בעלות שנתית מגוחכת של 20 (עשרים) ש' בלבד. ראו בגב הכריכה.

'שגיאות מי יבין' (תהלים י"ט). אם נתקלתם בשגיאה כלשהי - בבקשה יידעו אותי על כך, רצוי בדואל.
 כל תיקון יעודכן כמעט מיידית באתר ההוצאה, בעמוד המידע של ספר זה. התיקונים יוצגו באדום.

שלמי תודה: תודה לכל המורים והתלמידים שהעירו את הערותיהם במשך השנה, ובכך תרמו לתיקון שגיאות ולשיפור פתרונות. תודה מיוחדת למורה **שריף אמארה** מכפר זָלְפָה.

לאחר כל מבחן בגרות שייערך בשנה הקרובה (התש"פ - 2020), אכין בע"ה פתרון מלא בתוך עשרה ימים. המבחן ופתרונו יועלה לאתר ההוצאה, לשימוש חופשי לא מסחרי.

את חלק מהחללים שבין השאלות והפתרונות לְחֻלְתִּי בהבזקי אנקדוטות וסיפורים. רוב ה'הבזקים' קשורים למתמטיקה, חלקם אינו כזה, וביניהם גם אנקדוטות בעלות אופי **לאומי או יהודי**.

הספר מופיע גם במהדורה דיגיטלית על־ידי חברת 'קל־ספר' (classoos). ראו קישור באתר ההוצאה.

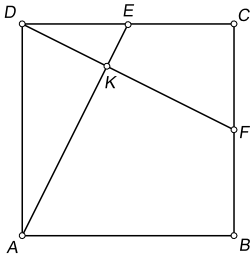
ב ה צ ל ח ה א'י א'סב

ספרי בגרויות עם תשובות סופיות יצאו גם לשאלונים 481-482-582

ספרי בגרויות עם פתרונות מלאים יצאו לשאלונים 382-481-482-581-582

© כל הזכויות על השאלות שמורות למדינת ישראל - משרד החינוך, התרבות והספורט

כל הזכויות על הקדך ועל הפתרונות שמורות למחבר



59. (מגמה ספרותית, ניסן-אייר התשל"ב - אפריל 1972)

המרובע ABCD הוא ריבוע.

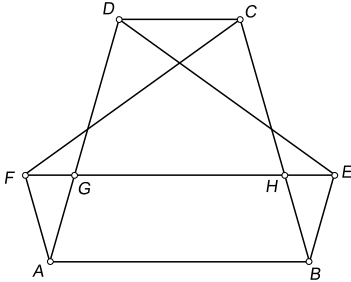
הנקודות E ו-F על צלעות הריבוע CD ו-BC בהתאמה.

הקטעים AE ו-DF נחתכים בנקודה K. $CF = DE$.

ב. הוכח: המרובע ABFK הוא בר-חסימה במעגל.

ג. נתון גם כי: $DE = EC$, $CF = FB$, $AB = 2\sqrt{5} \text{ cm}$.

חשב את האורך של רדיוס המעגל החוסם את המרובע ABFK.



60. (מגמה ספרותית, ניסן-אייר התשל"ב - אפריל 1972)

בציור נתון: $AB \parallel FE \parallel DC$, $AF \parallel BC$, $AD \parallel BE$.

הוכח: $S_{ABCF} = S_{ABED}$.

61. (מגמה ספרותית, קיץ התשל"ב - 1972)

ABC הוא משולש שווה-שוקיים שבו $AB = AC = 30 \text{ cm}$ ו- $BC = 36 \text{ cm}$.

מעגל החסום במשולש משיק לשוקיו בנקודות D ו-E.

חשב את: א. אורך רדיוס המעגל החסום.

ב. אורך הקטע DE.

62. (מגמה ספרותית, קיץ התשל"ב - 1972)

המשולשים ABC ו-AMN הם ישרי-זווית

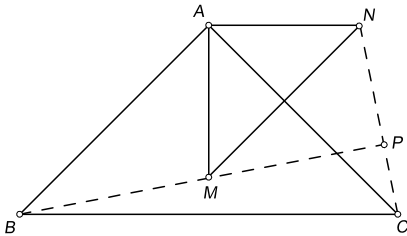
ושווים-שוקיים ($AB = AC$, $AM = AN$).

א. הוכח: $\angle BMA = \angle CNA$.

ב. המשך הצלע BM חותך את הצלע CN בנקודה P.

הוכח: המרובע AMPN הוא בר-חסימה במעגל.

ג. הוכח, בהסתמך על סעיף ב', או בדרך אחרת, כי: $BP \perp CN$.



הנוסחה של צ'ו צ'ונג-צ'ין (430-501) ל- π

$$\frac{355}{113} = 3.141592 \dots \approx \pi$$

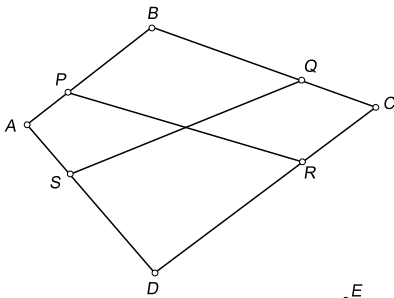
אסטרונום סיני בשם זה מצא את הקירוב הרציונלי הבא ל- π .

ערך זה מדויק עד כדי 6 ספרות לאחר הנקודה העשרונית.

קירוב זה לא הוכר באירופה עד המאה ה'16, יותר מאלף שנה לאחר גילוי של צ'ו צ'ונג-צ'ין.

63. (מגמה ספרותית, תשרי-חשון התשל"ג - אוקטובר 1972)

בציור נתון:



$$AS = \frac{1}{3} AD, AP = \frac{1}{3} AB$$

$$CR = \frac{1}{3} CD, CQ = \frac{1}{3} CB$$

הוכח:

הקטעים SQ ו-PR חוצים זה את זה.

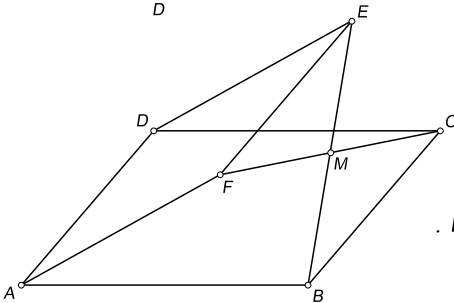
64. (מגמה ספרותית, חורף התשל"ג - 1973)

ב. המרובעים ABCD ו- AFED

הם מקביליות.

M היא נקודת המפגש של הקטעים FC ו-EB.

הוכח: $FM = MC$.



65. (מגמה ספרותית, ניסן-אייר התשל"ג - אפריל 1973)

ב. הצלע AB של המרובע ABCD החסום במעגל

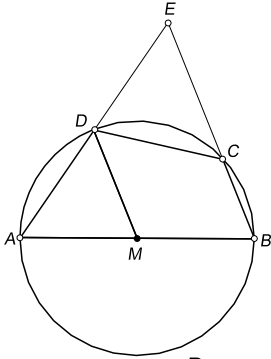
היא קוטר באותו מעגל.

M מרכז המעגל. המשכי הצלעות AD ו-BC

נפגשים בנקודה E.

הוכח: (1) $\angle MDC = \angle AEB$

(2) הישר MD משיק למעגל החוסם את משולש DCE בנקודה D.



66. (מגמה ספרותית, קיץ התשל"ג - 1973)

במקבילית העבירו אלכסון אחד.

הוכח ששני קדקודי המקבילית שאינם על אלכסון זה נמצאים במרחקים שווים ממנו.

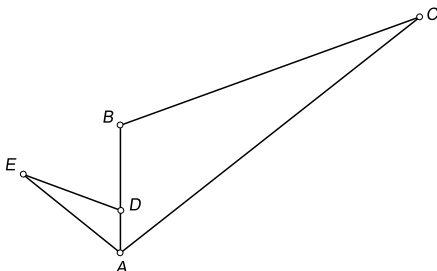
67. (מגמה ספרותית, קיץ התשל"ג - 1973)

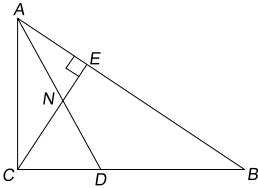
הישר AB חוצה את הזווית CAE.

נתון: $\angle AED = \angle ACB, AC = 18\text{cm}$

$AE = 6\text{cm}, AD = 2\text{cm}$

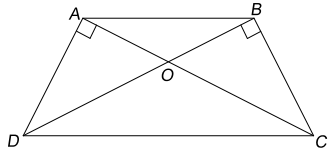
חשב את אורך הקטע DB.





181. (004, קיץ ס"ד - 2004 - מועד א')

נתון משולש ישר-זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$). הוא הגובה ליתר. AD הוא חוצה זווית A . $AC = b$, $\angle CAB = \alpha$.
הבע באמצעות b ו- α את אורך הקטע: א. AE ב. ND

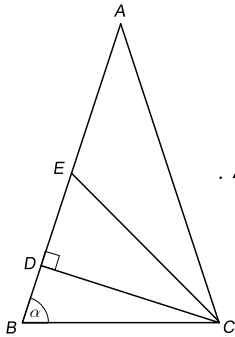


182. (004, קיץ ס"ד - 2004 - מועד ב')

האלכסונים בטרפז שווה-שוקים $ABCD$ ($AD = BC$) נפגשים בנקודה O .

$\angle DAC = \angle DBC = 90^\circ$, $\angle ADC = \angle BCD = 63^\circ$, $DC = 9\text{cm}$

חשב את שטח המשולש AOD .

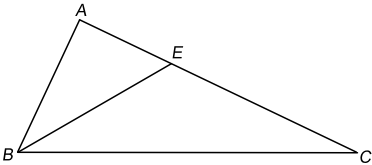


183. (004, חורף ס"ה - 2005)

במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$), CD הוא הגובה לשוק AB .
 EC חוצה את הזווית ACD . $BC = a$, $\angle ABC = \alpha$.
א. הבע באמצעות a ו- α את האורך של EC .
ב. הבע באמצעות a ו- α את שטח המשולש DEC .

184. (004, קיץ ס"ה - 2005 - מועד ב')

במשולש קהה-זווית ABC נתון: $\angle ABC = 41^\circ$, $AB = 18\text{cm}$.
קוטר המעגל החוסם את המשולש הוא 20cm . מצא את שטח המשולש.



185. (004, חורף ס"ו - 2006)

הנקודה E נמצאת על הצלע AC במשולש ABC .
 $\angle BEC = 141^\circ$, $AB = 3a$, $AE = 2a$, $EC = 4a$.
הבע באמצעות a את אורך הצלע BC .

$$642^3 - 641^3 = 1,234,567$$

תשובות

181. א. $AE = b \cos \alpha$ (יחידות אורך) ב. $ND = \frac{b(1 - \cos \alpha)}{\cos \frac{\alpha}{2}}$ (יחידות אורך)

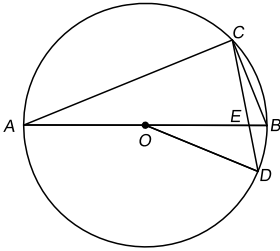
182. $S_{\triangle AOD} = 6.07\text{cm}^2$

183. א. $CE = \frac{a \sin \alpha}{\cos(\alpha - 45^\circ)}$ (יחידות אורך) ב. $S_{\triangle} = \frac{1}{2} a^2 \sin^2 \alpha \operatorname{tg}(\alpha - 45^\circ)$ (יחידות ריבועיות)

184. $S_{\triangle} = 46.44\text{cm}^2$

185. $BC = 7.8 a$ (יחידות אורך)

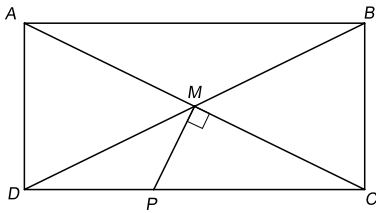
186. (006, חורף ס"ו - 2006)



AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O ואורך מחוגו R.
המיתר CD חותך את הקוטר AB בנקודה E.
 $\angle BAC = \angle BOD = \alpha$

א. הבע באמצעות R ו- α את שטח המשולש BCD.
ב. נתון גם: $BC = \sqrt{3}R$, $S_{\triangle BCD} = 8\sqrt{3}$. חשב את אורך הרדיוס.

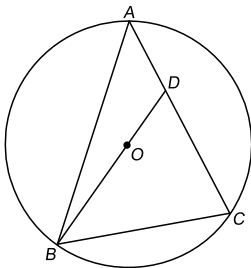
187. (004, קיץ ס"ז - 2006 - מועד א')



במלבן ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה M.
מנקודה M העלו אנך ל-AC.
האנך חותך את הצלע DC בנקודה P.
 $AB = a$, $\angle BMC = 2\alpha$

הבע באמצעות a ו- α את: א. אורך האלכסון AC. ב. היקף המשולש DPM

188. (006, קיץ ס"ז - 2006 - מועד א')



משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.
D היא נקודה פנימית על הצלע AC,

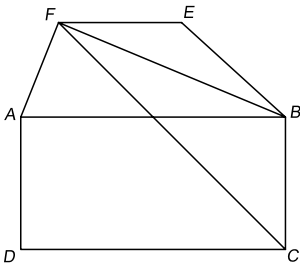
כך ש- $\angle ABD = \alpha$, $\angle DBC = \beta$ עובר דרך מרכז המעגל.

א. הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{AD}{DC}$.

ב. הראה כי לא יתכן שהיחס $\frac{AD}{DC}$ שווה ל- $\frac{1}{2}$, אם $\alpha = \frac{1}{2}\beta$.

ג. מצא את היחס $\frac{AD}{DC}$, כאשר AC הוא קוטר. נמק.

189. (004, קיץ ס"ז - 2006 - מועד ב')



המרובע ABCD הוא מלבן, והמרובע ABEF הוא טרפז.

$\angle FEB = 138^\circ$, $FE = 14\text{cm}$, $EB = 18\text{cm}$

$DC = 22\text{cm}$, $AC = 30\text{cm}$

חשב את:

א. אורך הקטע FB. ב. גודל הזווית FBC. ג. אורך הקטע FC

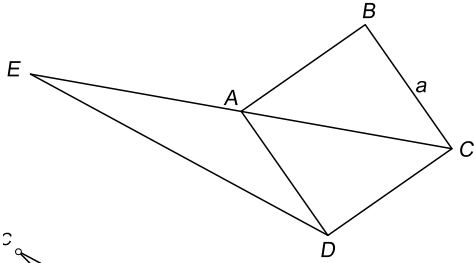
תשובות

186. א. $S = 2R^2 \sin \alpha \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{3\alpha}{2}$ (יחידות ריבועיות) ב. $R = 4$ (יחידות אורך)

187. א. $AC = \frac{a}{\cos \alpha}$ ב. $\frac{a(1 + \operatorname{tg} \alpha + \cos \alpha - \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha)}{2 \cos \alpha}$

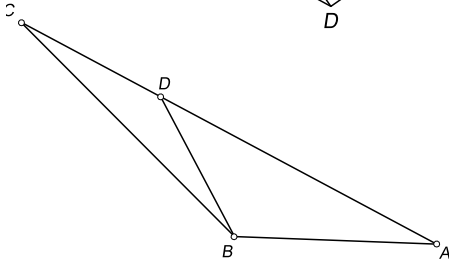
188. א. $\frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta}$ ב. 1

189. א. $BF = 29.91\text{cm}$ ב. $\angle FBC = 113.75^\circ$ ג. $FC = 42.45\text{cm}$



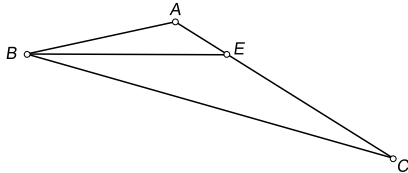
190. (004, קיץ ס"ז - 2006 - מועד מיוחד)

- נתון ריבוע ABCD שאורך צלעו a.
אלכסון הריבוע AC מונח על הקטע EC,
ומתקיים: AC = EA.
א. הבע את EC באמצעות a.
ב. חשב את זוויות המשולש DCE.



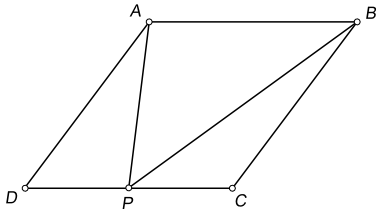
191. (004, קיץ ס"ז - 2006 - מועד לוחמים)

- הנקודה D נמצאת על הצלע AC במשולש ABC
כך שמתקיים DC = DB.
AB = 6 cm, BC = 9 cm, AC = 14 cm.
חשב את: א. גודל הזווית ACB ב. שטח המשולש ABD



192. (004, קיץ ס"ז - 2006 - מועד לוחמים)

- הנקודה E נמצאת על הצלע AC במשולש ABC.
 $\angle BEC = 150^\circ$, AB = 3a, AE = a, EC = 4a.
א. הבע באמצעות a את האורך של הצלע BC.
ב. הבע באמצעות a את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC.



193. (006, קיץ ס"ז - 2006 - מועד מיוחד)

- המרובע ABCD הוא מעוין. P אמצע CD.
 $\angle ADP = \beta$, DP = m.
א. הבע את AP ואת BP באמצעות m ו- β .
ב. נסמן: $\angle APB = \alpha$. נתון: $\beta = 60^\circ$.
הוכח: $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$.
ג. נתון: $\beta = 60^\circ$. הבע באמצעות m את רדיוס המעגל החוסם את המשולש APB.

את המספר הראשוני 7129 ניתן להציג תוך שימוש בכל הספרות פעם אחת בלבד: $7129 = 5^0 + 6^1 + 7^2 + 8^3 + 9^4$

תשובות

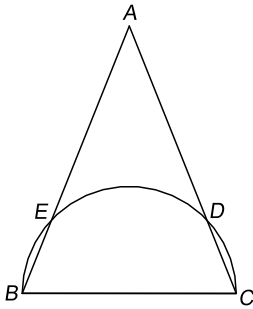
190. א. $EC = 2\sqrt{2}a$ (יחידות אורך) ב. $45^\circ, 18.43^\circ, 116.57^\circ$

191. א. $\angle ACB = 17^\circ$ ב. $S_{\Delta} = 12.23 \text{ cm}^2$

192. א. $BC = 7.56a$ (יחידות אורך) ב. $R = 5.93a$ (יחידות אורך)

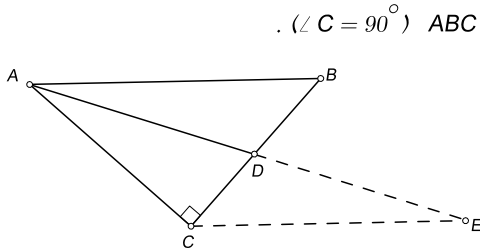
193. א. $AP = m\sqrt{5 - 4 \cos \beta}$, $BP = m\sqrt{5 + 4 \cos \beta}$ (יחידות אורך) ב. $R = \frac{\sqrt{7}m}{2}$ (יחידות אורך)

194. (006, חורף ס"ז - 2007)



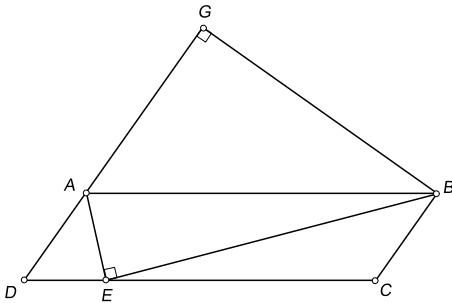
- נתון משולש שווה-שוקים ABC ($AB = AC$).
 חצי מעגל, שהבסיס BC הוא הקוטר שלו,
 חותך את שוקי המשולש גם בנקודות D ו- E .
 נתון: $\angle BAC = 2\alpha$, $ED = 2k$.
 בטא באמצעות k ו- α את שטח הטרפז $EDCB$.

195. (004, קיץ ס"ז - 2007 - מועד א')



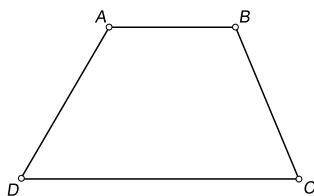
- AD הוא תיכון לניצב BC במשולש ישר-זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$).
 $BC = 2a$, $\angle ABC = 73^\circ$.
 א. חשב את גודל הזווית ADC .
 ב. E היא נקודה על המשך התיכון AD
 כך ש- $CE = 10\text{cm}$ ו- $DE = 8\text{cm}$.
 חשב את אורך הניצב BC .

196. (004, קיץ ס"ז - 2007 - מועד ב' מיוחד)



- הנקודה E במקבילית $ABCD$ נמצאת
 על הצלע CD כך ש- $\angle AEB = 90^\circ$.
 $AD = 11\text{cm}$, $\angle ABE = 15^\circ$, $\angle ADC = 55^\circ$.
 א. חשב את אורך הקטע AE .
 ב. האריכו את הצלע DA עד לנקודה G
 וחיברו את G עם B כך ש- $\angle AGB = 90^\circ$.
 חשב את שטח המשולש AGB .

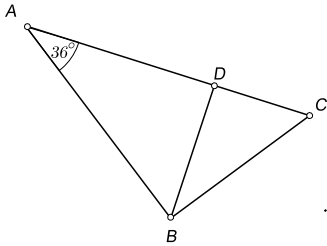
197. (004, קיץ ס"ז - 2007 - מועד ב')



- המרובע $ABCD$ הוא טרפז ($AB \parallel DC$).
 $AB = 10\text{cm}$, $DC = 22\text{cm}$, $AD = 13\text{cm}$, $\angle BCD = 60^\circ$.
 א. חשב את היקף הטרפז.
 ב. המשכי השוקיים של הטרפז נפגשים בנקודה F . חשב את אורך הקטע FB .

תשובות

196. א. $AE = 9.33\text{cm}$ ב. $S_{AGB} = 305.16\text{cm}^2$
 197. א. $P = 58.81\text{cm}$ ב. $FB = 11.51\text{cm}$
 194. א. $\angle BAC = 2\alpha$, $ED = 2k$ ב. $S_{BCDE} = \frac{2k^2 \cos^2 \alpha \sin 2\alpha}{\cos^2 2\alpha}$ (י"ר)
 195. א. $\angle ADC = 55^\circ$ ב. $BC = 9.82\text{cm}$



198. (004, קיץ ס"ז - 2007 - מועד לוחמים)

D היא נקודה על צלע AC במשולש חדהזוית ABC.

$BD = 1.5 DC, AD = 2 DC, \angle BAC = 36^\circ$

א. חשב את $\angle ADB$.

ב. נתון: $S_{\triangle ABC} = 39 \text{ cm}^2$. חשב את אורך הקטע DC.

199. (004, קיץ ס"ח - 2008 - מועד א')

AB ו-BC הם מיתרים במעגל שמרכזו O.

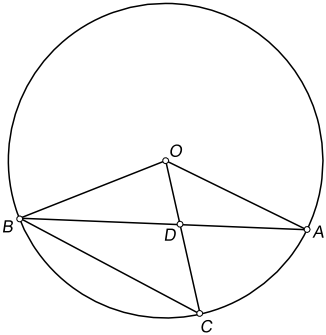
OC ו-AB נחתכים בנקודה D.

$\angle OAD = \beta, \angle AOD = \alpha, OB = R$

א. הבע באמצעות α ו- β את היחס: $\frac{S_{\triangle BOD}}{S_{\triangle BOC}}$

ב. נתון גם: $\alpha = \beta, \frac{S_{\triangle BOD}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{2}{3}$

מצא את גודל הזווית α .



200. (006, קיץ ס"ח - 2008 - מועד א')

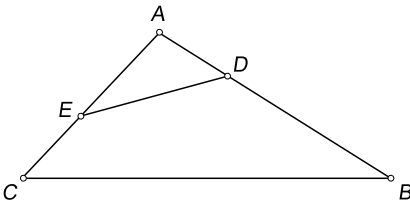
הנקודות D ו-E במשולש ABC מונחות על הצלעות

AB ו-AC בהתאמה.

$\angle ADE = \angle C = \gamma, \angle AED = \angle B = \beta$

$BC = 5 \text{ cm}, S_{BCED} = 4 \text{ cm}^2$

הראה כי $DE = \sqrt{25 - 8\left(\frac{1}{\text{tg } \beta} + \frac{1}{\text{tg } \gamma}\right)}$ cm



201. (004, קיץ ס"ח - 2008 - מועד ב')

במלבן ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה E.

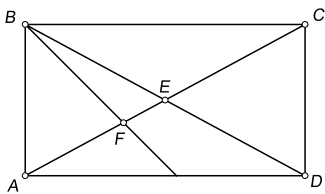
חוצה הזווית ABC חותך את האלכסון AC בנקודה F.

נסמן: $\angle FBE = \alpha, AC = 2a$.

א. (1) הבע באמצעות α את $\angle BAE$ ואת $\angle BFE$.

(2) הבע באמצעות a ו- α את אורך הקטע FE.

ב. מצא את α , אם נתון כי היחס בין שטח המשולש BFE לשטח המשולש BEC הוא $\frac{1}{2}$.



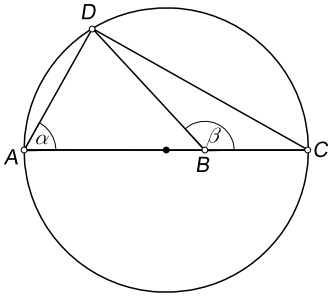
תהליך

198. א. $\angle ADB = 92.4^\circ$. ב. $DC = 4.16 \text{ cm}$

199. א. $\frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$. ב. $\alpha = 41.41^\circ$

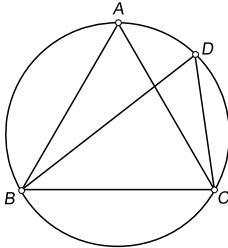
201. א. (1) $\angle BFE = 90^\circ + \alpha, \angle BAE = 45^\circ + \alpha$. (2) $FE = a \text{ tg } \alpha$ (נ"ר). ב. $\alpha = 26.57^\circ$

202. (004, קיץ ס"ח - 2008 - מועד ב')



- קטע AC הוא קוטר במעגל. נקודה D נמצאת על מעגל זה.
 נקודה B נמצאת על הקוטר AC. $\angle DAB = \alpha$, $\angle DBC = \beta$.
 א. הבע באמצעות α ו- β את היחס בין שטח המשולש ADB לבין שטח המשולש ADC.
 ב. מצא את β , אם $S_{\triangle ADB} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADC}$ ו- $\alpha = 60^\circ$.

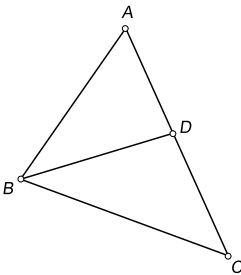
203. (004, קיץ ס"ח - 2008 - מועד לוחמים)



- ABC הוא משולש שווה-שוקים ($AB = AC$) החסום במעגל.
 D נקודה על הקשת AC. $DC = 5\text{cm}$, $AB = 7\text{cm}$, $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle BDC}} = \frac{49}{40}$.
 כל הזוויות בשני המשולשים הן זוויות חדות.
 א. חשב את האורך של הצלע BD.
 ב. חשב את זוויות המשולש BDC, אם נתון כי שטח המשולש BDC הוא $10\sqrt{3}$ י"ר.

204. (004, קיץ ס"ח - 2008 - מועד לוחמים)

- ABC הוא משולש שווה-שוקים, שבו $AB = AC = a$ וזווית הבסיס שלו שווה ל- 2α .
 F הוא מפגש חוצי-הזוויות במשולש.
 E היא נקודת החיתוך של השוק AC עם חוצה הזווית היוצא מקדקוד B.
 א. הבע באמצעות a ו- α את שטח המשולש CBF.
 ב. הבע באמצעות α את $\frac{BF}{FE}$.



205. (004, חורף ס"ט - 2009)

- במשולש ABC, BD הוא חוצה-זווית ABC.
 נתון: $\angle ACB = 45^\circ$, $CD = m\text{cm}$, $AD = \sqrt{2}\text{cm}$, $\angle BAD = \alpha$ (חדה).
 א. הבע את $\sin \alpha$ באמצעות m .
 ב. נתון: $m = \sqrt{3}\text{cm}$. חשב את:
 (1) זוויות המשולש ABD (2) רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC.

תולדות

202. א. $\frac{S_{\triangle ADB}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{\cos \alpha \sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta}$ ב. $\beta = 120^\circ$

203. א. $BD = 8\text{cm}$ ב. $\angle B = 38.21^\circ$, $\angle D = 60^\circ$, $\angle C = 81.79^\circ$

204. א. $S_{\triangle CBF} = a^2 \cos^2 2\alpha \operatorname{tg} \alpha$ (יחידות ריבועיות) ב. $\frac{BF}{FE} = \frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha}$

205. א. $\sin \alpha = \frac{m}{2}$ ב. (1) $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 37.5^\circ$, $\angle D = 82.5^\circ$ (2) $R = 1.63\text{cm}$

חשבון דיפרנציאלי

חקירת פונקציות - רצינויות

בשאלות 1-68 בפרק זה, הדרישה היא לחקירת פונקציה לפי השלבים:

- א.** תחום הגדרה **ב.** חיתוך עם הצירים **ג.** נקודות קיצון וסוגן **ד.** תחומי עליה / ירידה
ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים **ו.** סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה
 לא בכל השאלות במקור נדרשים כל הסעיפים לעיל. השאלות כאן מורחבות בחלק מהמקרים.
 לנוחותכם, מובאים סעיפי החקירה בראש כל עמוד. הגרפים של הפונקציות נמצאים בעמ' 247-253.
 הסימון: \forall הוא סימון מתמטי מקצועי של: 'לכל'. $\forall x$ - פירושו: לכל x (ממשי, במקרה שלנו).

1. (5 יח', קיץ תשכ"ח - 68) $y = \frac{x}{x^2 - x + 1}$

2. (4 יח', חורף תשכ"ט - 69) $y = \frac{x}{4x^2 - 3x + 4}$

3. (5 יח', סתיו תשל" - 69, אביב תשל"א - 71) $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x^2 + 1}$

4. (קיץ תשכ"ט - 69, אביב תשל"ב - 72) $y = \frac{32x}{(x^2 + 3)^2}$

5. (5 יח', חורף תשל" - 70) $y = \frac{1}{x^2 - 1}$

6. (4 יח', קיץ תשל" - 70, חורף תש"ם - 80) $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$

תשבות

1. **א.** $\forall x$ **ב.** $(0, 0)$ **ג.** $\min(-1, -\frac{1}{3}), \max(1, 1)$

ד. $-1 < x < 1$ **ה.** $y = 0$ **ו.** עמ' 246

2. **א.** $\forall x$ **ב.** $(0, 0)$ **ג.** $\min(-1, -\frac{1}{11}), \max(1, \frac{1}{3})$

ד. $-1 < x < 1$ **ה.** $y = 0$ **ו.** עמ' 246

3. **א.** $\forall x$ **ב.** $(0, 1), (2 \pm \sqrt{3}, 0)$ **ג.** $\min(1, -1), \max(-1, 3)$

ד. $(x < -1) \cup (x > 1)$ **ה.** $y = 1$ **ו.** עמ' 246

4. **א.** $\forall x$ **ב.** $(0, 0)$ **ג.** $\min(-1, -2), \max(1, 2)$

ד. $(x < -1) \cup (x > 1)$ **ה.** $y = 0$ **ו.** עמ' 246

5. **א.** $x \neq \pm 1$ **ב.** $(0, -1)$ **ג.** \emptyset **ד.** $(0 < x < 1) \cup (1 < x)$ **ה.** $(x < -1) \cup (-1 < x < 0)$

ו. עמ' 246 **ז.** $y = 0, x = -1, x = 1$

6. **א.** $\forall x$ **ב.** $(0, 0)$ **ג.** $\min(-1, -1), \max(1, 1)$

ד. $(x < -1) \cup (x > 1)$ **ה.** $y = 0$ **ו.** עמ' 246

- א. תחום הגדרה **ב**. חיתוך עם הצירים **ג**. נקודות קיצון וסוגן **ד**. תחומי עליה / ירידה
 ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים **ו**. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה

68. (5 יח', קיץ תשס"ג - 2003 - מועד ב') $f(x) = \frac{8(x-1)}{(x-a)^2} + b$

האסימפטוטות האופקית והאנכית של הפונקציה הנתונה נחתכות בנקודה $(7, -8)$.

חשב את ערכי הפרמטרים a ו- b , הצב אותם בפונקציה וחקור אותה לפי הסעיפים לעיל.

השאלות הבאות, הינן משאלונים 004 ו-006 בין השנים 2009-2010.

השאלות מובאות כמעט בניסוחן המקורי. הסעיפים לעיל התייחסו לשאלות 1-68 בלבד.

69. (004, קיץ תשס"ד - 2004, מועד א') נתונה הפונקציה: $f(x) = -\frac{1}{x^2 - 4x + m}$ (m פרמטר).

הישר $x = 1$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה המקבילה לציר y .

א. מצא את ערך הפרמטר m .

הצב את הערך של m שמצאת בסעיף א', ומצא:

ב. אסימפטוטה נוספת המקבילה לציר y , ואסימפטוטה המקבילה לציר x .

ג. את נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.

70. (006, קיץ תשס"ד - 2004, מועד א') נתונה הפונקציה $y = x^2 + \frac{8}{x}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודת הקיצון שלה, וקבע את סוגה.

ג. מצא את נקודת הפיתול של הפונקציה.

ד. מצא באילו תחומים הפונקציה קעורה כלפי מטה $(-)$.

ובאילו תחומים קעורה כלפי מעלה $(+)$.

81, 649 הוא המספר הראשוני הגדול ביותר המכיל את כל הספרות הלא ראשוניות

כך שכל שתי ספרות רצופות בו הוא מספר ריבועי: 81, 16, 64, 49

תהליך

68. $a = 7, b = -8$ **א.** $x \neq 7$ **ב.** $(0, -7\frac{41}{49}), (5, 0), (10, 0)$ **ג.** $\min(-5, -8\frac{1}{3})$

ד. $-5 < x < 7$ **ה.** $x = 7, y = -8$ **ו.** ענב 250

69. **א.** $m = 3$ **ב.** $x = 3, y = 0$ **ג.** $\min(2, 1)$

70. **א.** $x \neq 0$ **ב.** $\min(\sqrt[3]{4}, \frac{12}{\sqrt[3]{4}}) = (1.59, 7.56)$

ג. $(-2, 0)$ **ד.** $-2 < x < 0$ **ה.** $x < -2, x > 0$

100. (804, קיץ התשע"ב - 2012, מועד א)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - 4}{2x - 1}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$.

המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

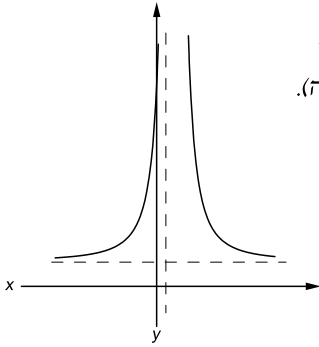
ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. לפניך סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$

בתחום הגדרתה.

עבור אילו ערכים של k הישר $y = k$ אינו

חותך את הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



101. (004, קיץ תשע"ב - 212, לוחמים)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a}{3-x}$, a הוא פרמטר.

בציור מוצג גרף הפונקציה.

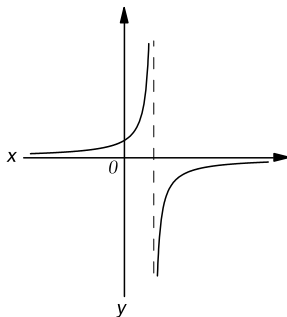
א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. רשום את המשוואות של האסימפטוטות של הפונקציה,

המקבילות לצירים.

ג. קבע על פי הגרף אם $a > 0$ או $a < 0$. נמק.

ד. מחוץ לחומר של שאלון 806.



לוטו חריג פעם שניה

באפריל 2015 עלו בהגרלת הלוטו המספרים הבאים: 36, 35, 34, 33, 32, 7 והמספר הנוסף: 2.

רצף של חמישה מספרים עוקבים הוא אמנם נדיר,

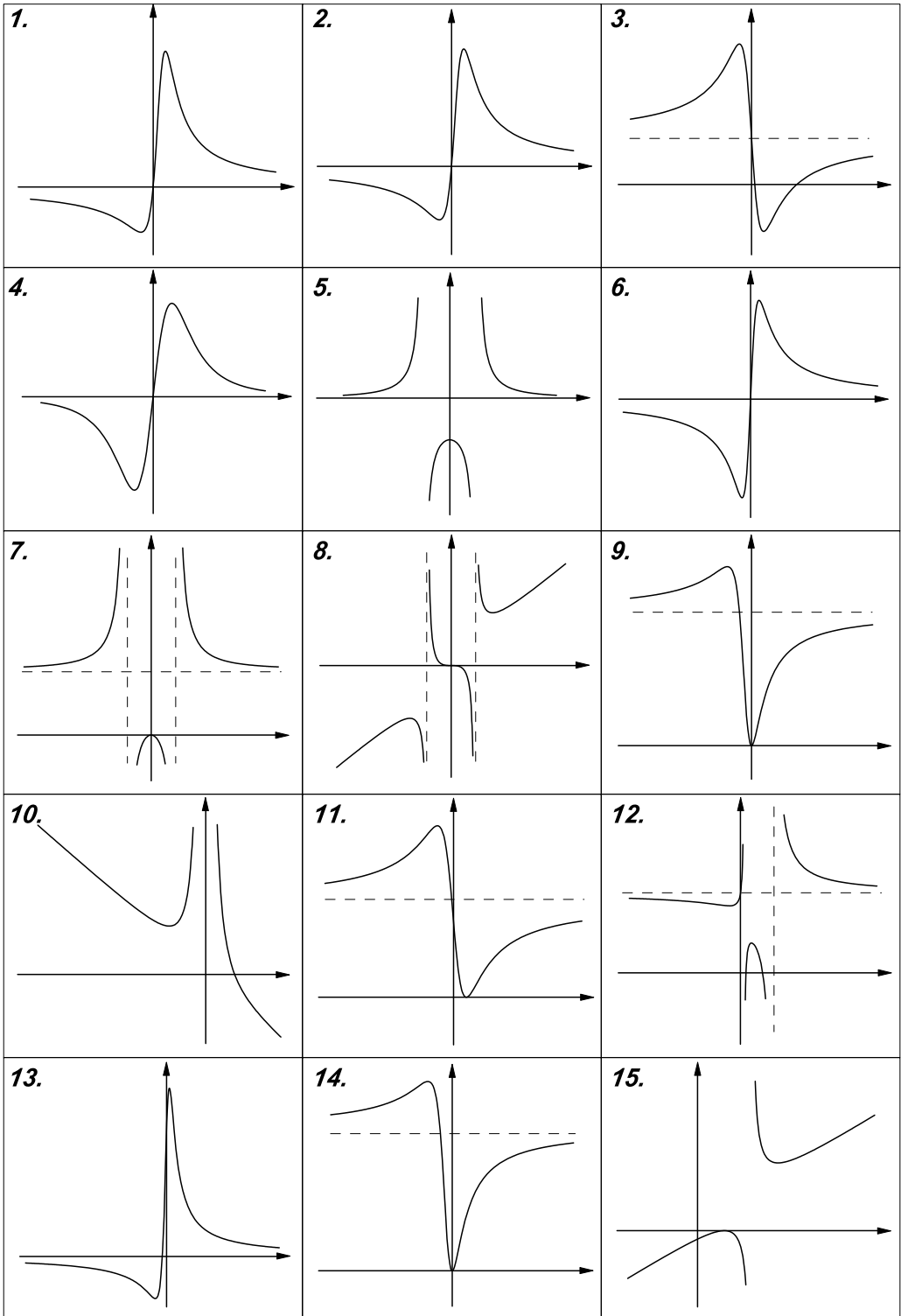
אבל ההסתברות לקבלת המספרים: 6, 5, 4, 3, 2, 1

שווה בדיוק לקבלת המספרים: 40, 36, 28, 24, 13, 5

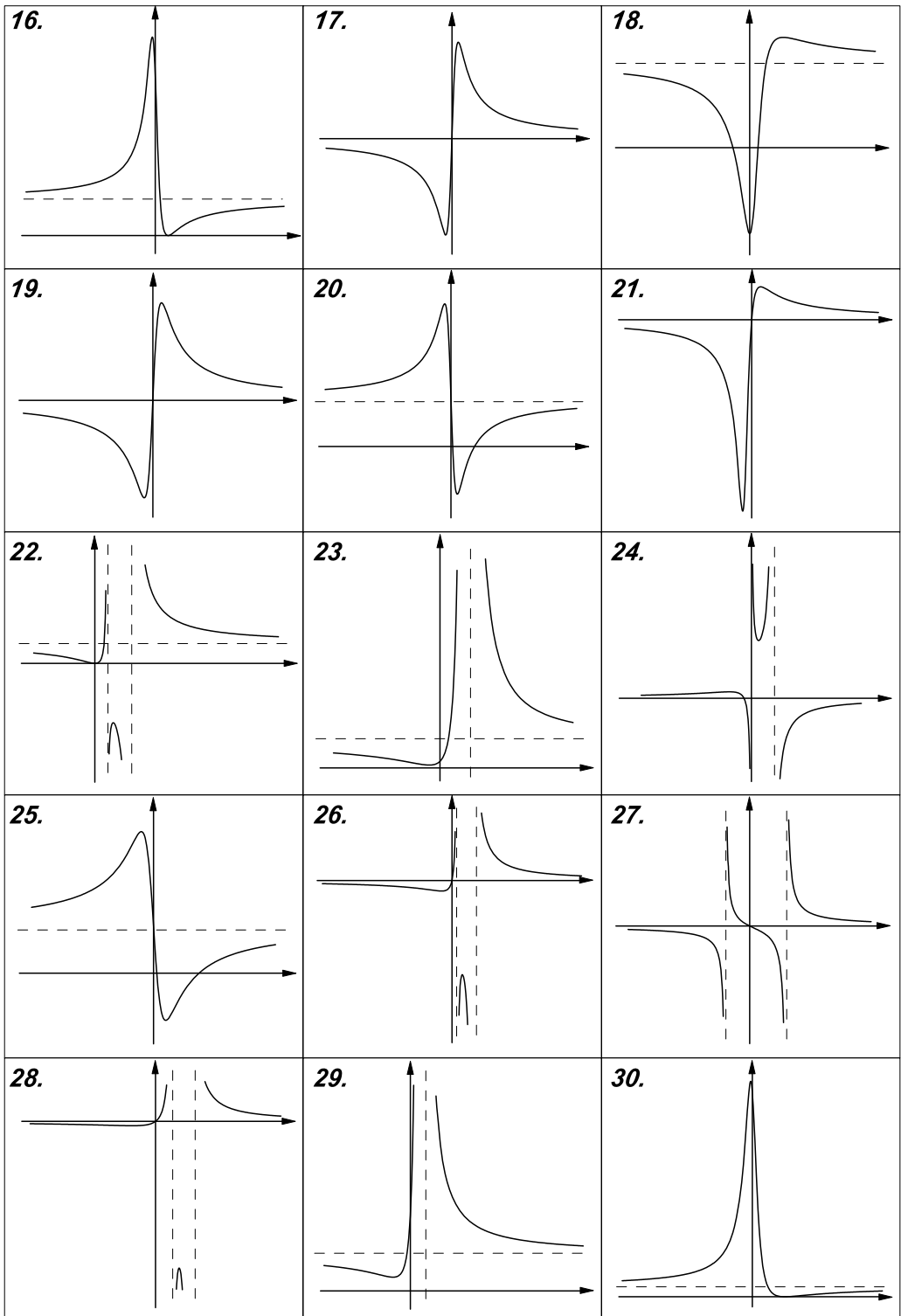
100. א. $x \neq \frac{1}{2}$ ב. $X = \frac{1}{2}$ ג. $(\pm 2, 0)$, $(0, 4)$ ד. \angle : $(x < \frac{1}{2}) \cup (x > \frac{1}{2})$ ה. עמ 252 ו. $k \leq \frac{1}{2}$

101. א. $x \neq 3$ ב. $x = 3, y = 0$ ג. $a > 0$

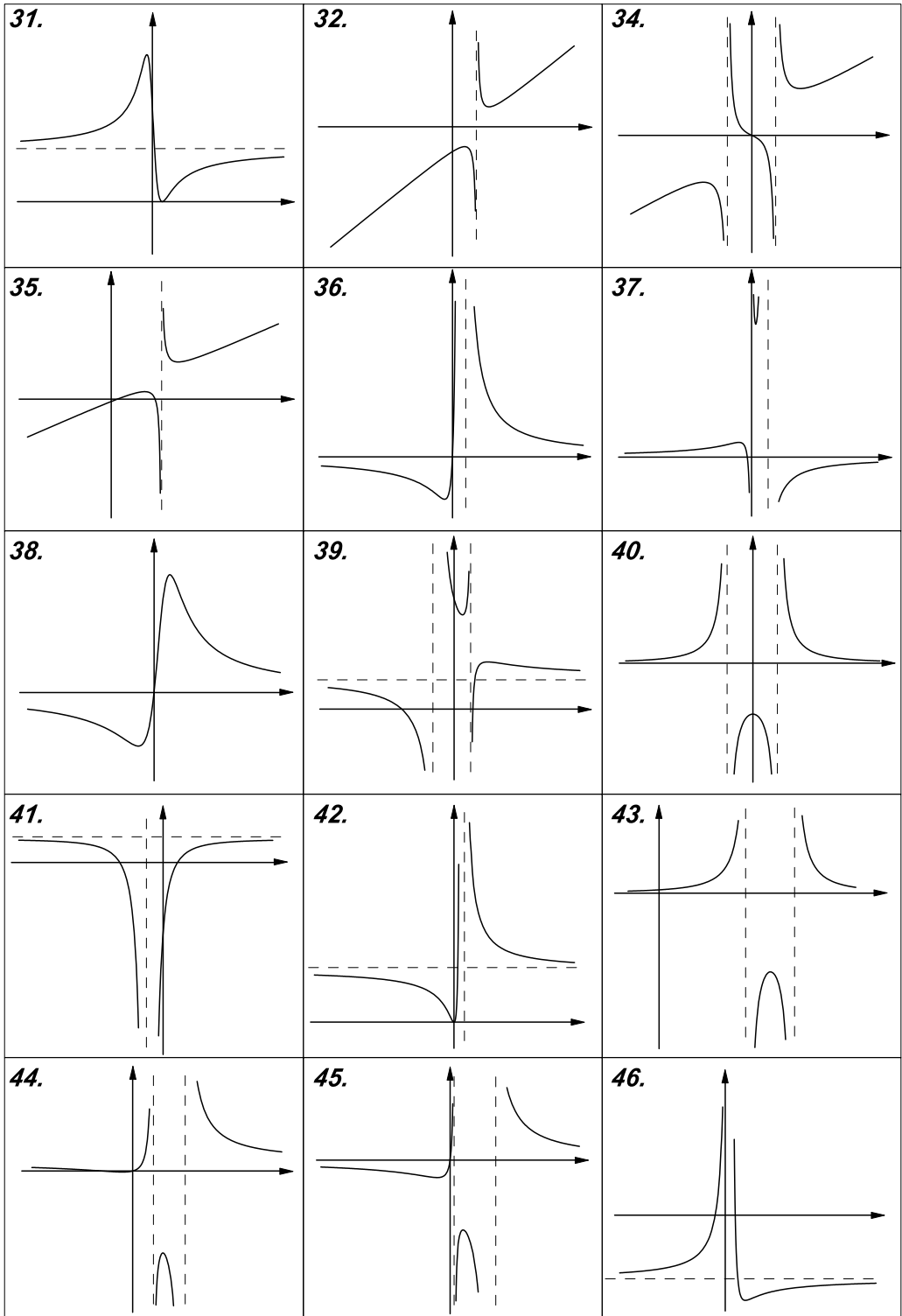
תשובות



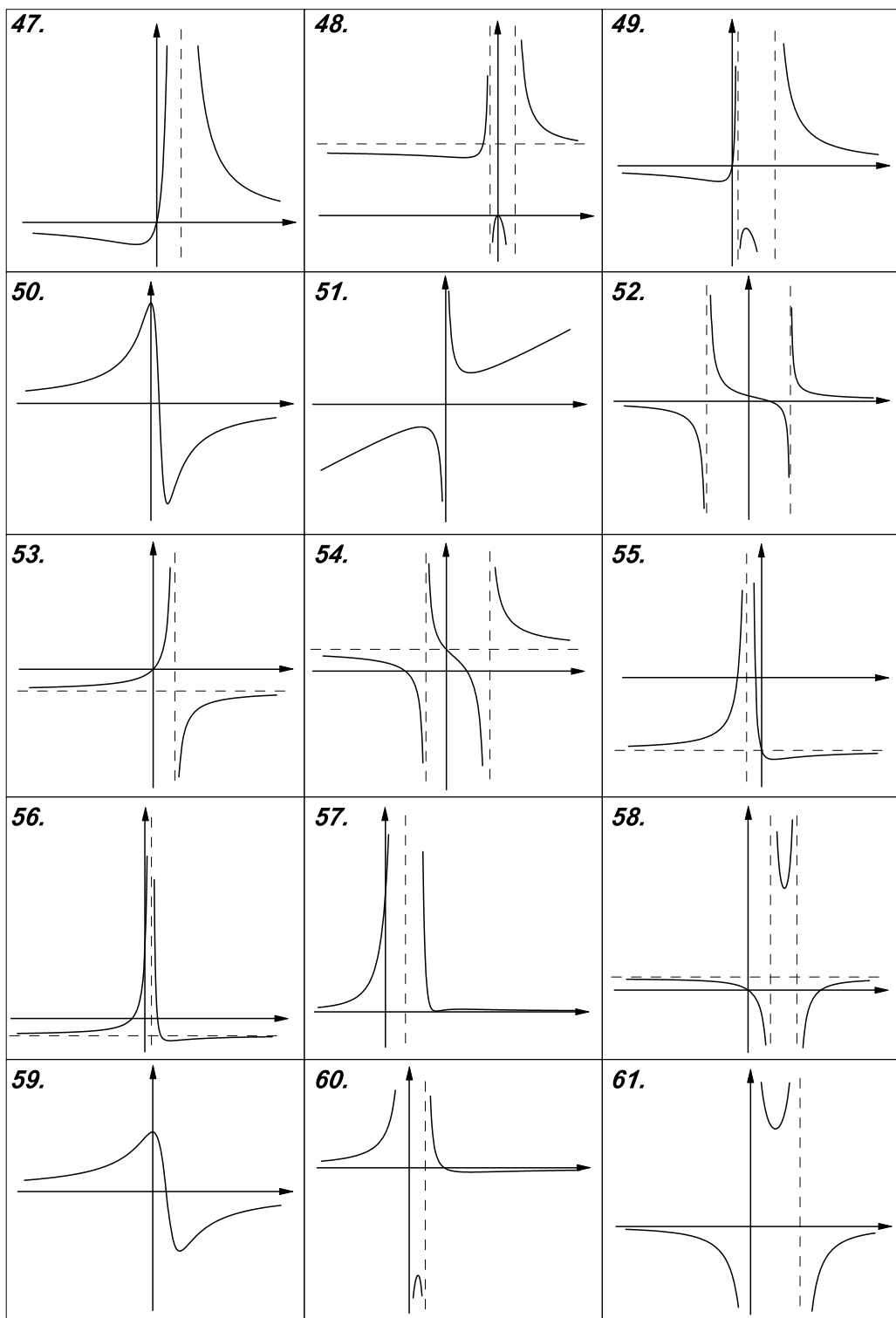
תשובות



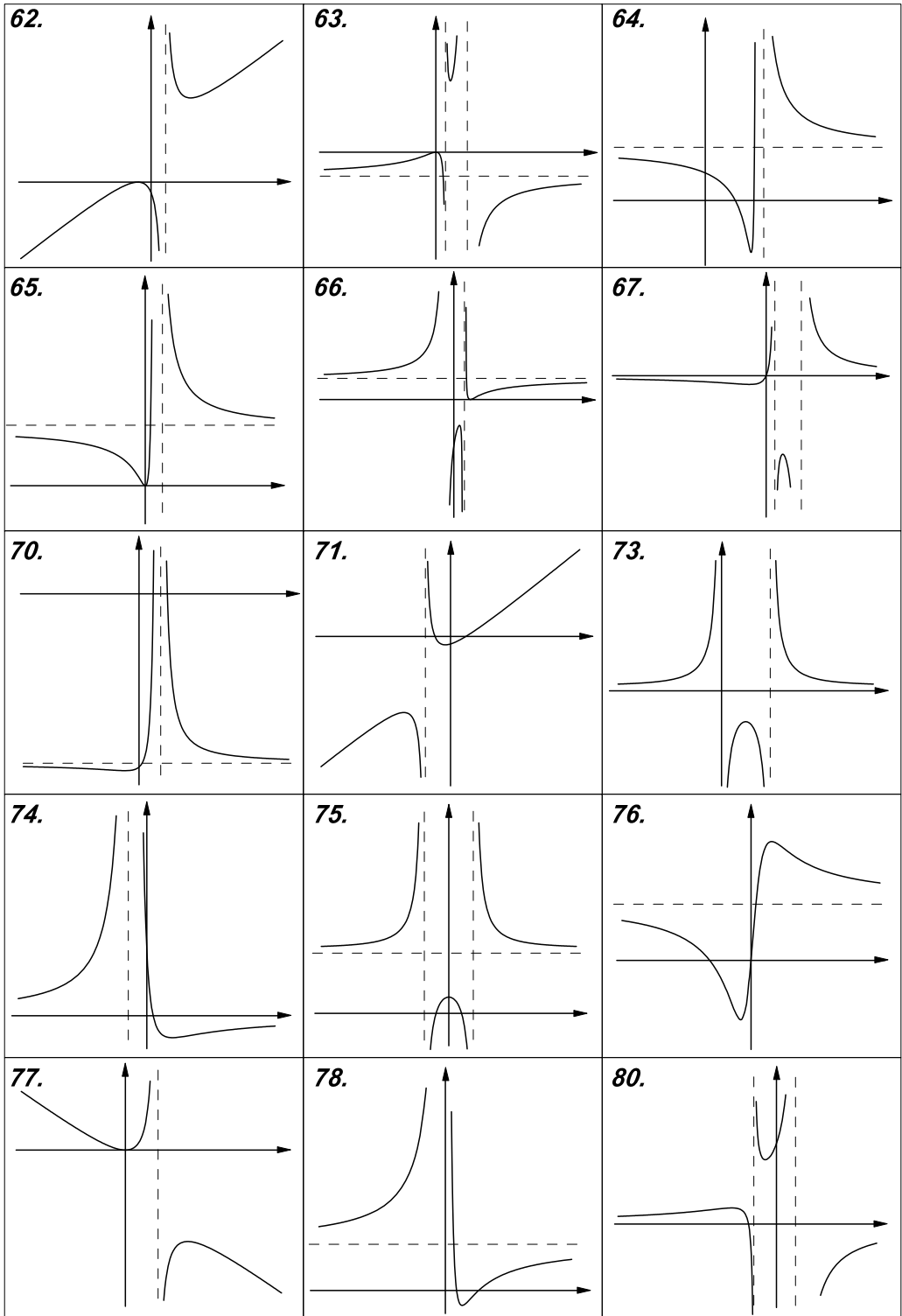
תשובות



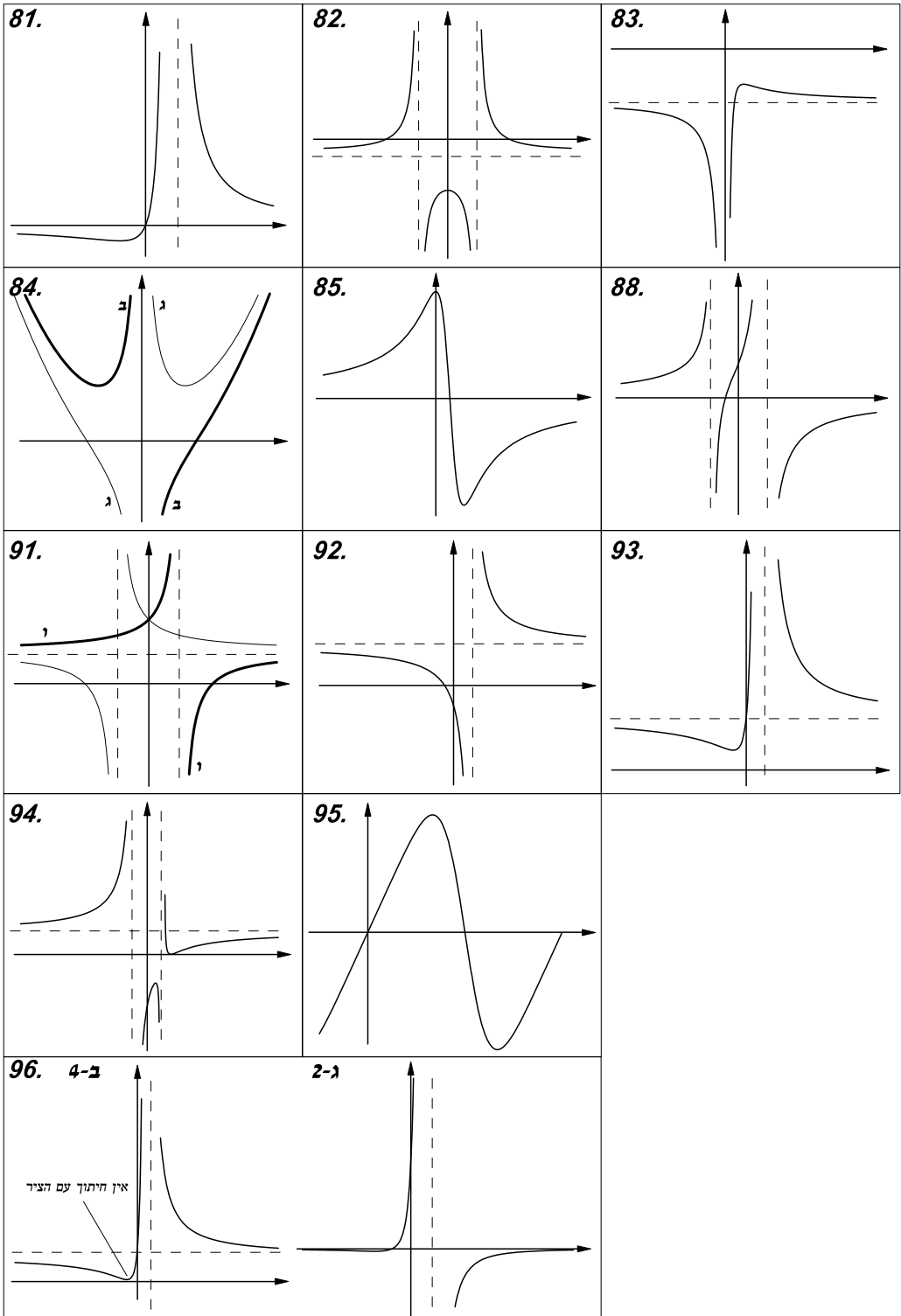
תשובות



תשובות



תשובות



חשבון דיפרנציאלי - חקירת פונקציות - עם שורש ריבועי

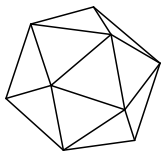
1. (5 יח', אביב תשל"ג - 70) נתונה הפונקציה: $y = \frac{1}{8}x\sqrt{64 - x^2}$.
 חקור את הפונקציה: א. תחום הגדרה ב. נקודות קיצון וסוגן
 ג. תחומי עליה וירידה ד. נקודות חיתוך עם הצירים ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה
2. (4 יח', חורף תשל"ג - 73, חורף תשמ"ז - 85) נתונה הפונקציה: $y = x\sqrt{8 - x^2}$.
 חקור את הפונקציה: א. תחום הגדרה ב. נקודות חיתוך עם הצירים
 ג. נקודות קיצון וסוגן ד. תחומי עליה וירידה ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה
3. (5 יח', חורף תשל"ג - 73) נתונה הפונקציה: $y = x\sqrt{1 - x^2}$.
 חקור את הפונקציה: א. תחום הגדרה ב. נקודות חיתוך עם הצירים
 ג. נקודות קיצון וסוגן ד. תחומי עליה וירידה ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה
4. (4 יח', חורף תשל"ד - 74) נתונה הפונקציה: $y = x\sqrt{4 - x}$.
 חקור את הפונקציה: א. תחום הגדרה ב. נקודות חיתוך עם ציר x
 ג. נקודות קיצון וסוגן ד. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $-4 \leq x \leq 4$.
5. (4 יח', קיץ תשל"ד - 74) נתונה הפונקציה $y = x - \sqrt{x}$.
 חקור את הפונקציה: א. תחום הגדרה ב. נקודות קיצון וסוגן
 ג. תחומי עליה וירידה ד. נקודות חיתוך עם הצירים ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה
-
- תשאלות**
1. א. $-8 \leq x \leq 8$ ב. $\max_{\text{ep}}(8, 0)$, $\min_{\text{ep}}(-8, 0)$, $\max(4\sqrt{2}, 4)$, $\min(-4\sqrt{2}, -4)$ ה. עמ' 262
 ד. $(-8, 0)$, $(8, 0)$, $(0, 0)$ ג. $(4\sqrt{2} < x < 8) \cup (-8 < x < -4\sqrt{2})$, \searrow : $-4\sqrt{2} < x < 4\sqrt{2}$, \nearrow :
2. א. $-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}$ ב. $(-\sqrt{8}, 0)$, $(\sqrt{8}, 0)$, $(0, 0)$ ה. עמ' 262 ג. $\max(2, 4)$, $\min(-2, -4)$
 ד. $\max_{\text{ep}}(-\sqrt{8}, 0)$, $\min_{\text{ep}}(\sqrt{8}, 0)$ ג. $(-\sqrt{8} < x < -2) \cup (2 < x < \sqrt{8})$, \searrow : $-2 < x < 2$, \nearrow :
3. א. $-1 \leq x \leq 1$ ב. $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 0)$ ה. עמ' 262 ג. $\max(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2})$, $\min(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2})$
 ד. $\max_{\text{ep}}(-1, 0)$, $\min_{\text{ep}}(1, 0)$ ג. $(\frac{\sqrt{2}}{2} < x < 1) \cup (-1 < x < -\frac{\sqrt{2}}{2})$, \searrow : $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$, \nearrow :
4. א. $x \leq 4$ ב. $(4, 0)$, $(0, 0)$ ג. $\max(2\frac{2}{3}, \frac{16}{9}\sqrt{3})$, $\min_{\text{ep}}(4, 0)$ ד. עמ' 262
5. א. $x \geq 0$ ב. $\max_{\text{ep}}(0, 0)$, $\min(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4})$ ג. \nearrow : $x > \frac{1}{4}$, \searrow : $0 < x < \frac{1}{4}$ ד. $(1, 0)$, $(0, 0)$ ה. עמ' 262

31. (004, קיץ תשע"ב - 2012, מועד ב)

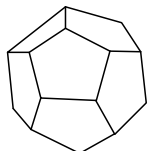
נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{x}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצא את האסימפטוטה המאונכת לציר x של הפונקציה $f(x)$.
- ד. מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. מצא עבור אילו ערכי k , הישר $x = k$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$.

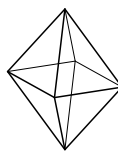
קיימים רק חמישה גופים מרחביים משוכללים. הגופים קרויים בלועזית על שם מספר הפאות שלהם. חלקו הראשון של השם הוא מספר הפאות ביוניג'ית, וחלקו השני של השם הוא 'אדר' - פאה.



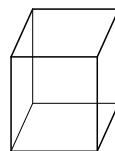
איקסאדר



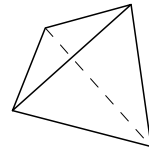
דרוקסאדר



אוקטאדר



הקסאדר



טטראדר

שם	פאות	קודקודים	מקצועות	תאור
טטראדר (ארבעון)	4	4	6	פירמידה ישרה, משולשת ומשוכללת
הקסאדר	6	8	12	קוביה
אוקטאדר (תמנון)	8	6	12	שתי פירמידות ישרות מרובעות ומשוכללות המחוברות בבסיסן
דרוקסאדר (תריסריון)	12	20	30	פאות מחומשות משוכללות. כל שלוש פאות נפגשות בקודקוד אחד
איקסאדר (עשרימון)	20	12	30	פאות משולשות משוכללות. כל חמש פאות נפגשות בקודקוד אחד

משפט הפאונים של אוילר: סכום מספר הקודקודים ומספר הפאות גדול ב-2 ממספר המקצועות, ככל פאון קמור.

$$V + F - E = 2 \Leftrightarrow E - F - V = 2$$

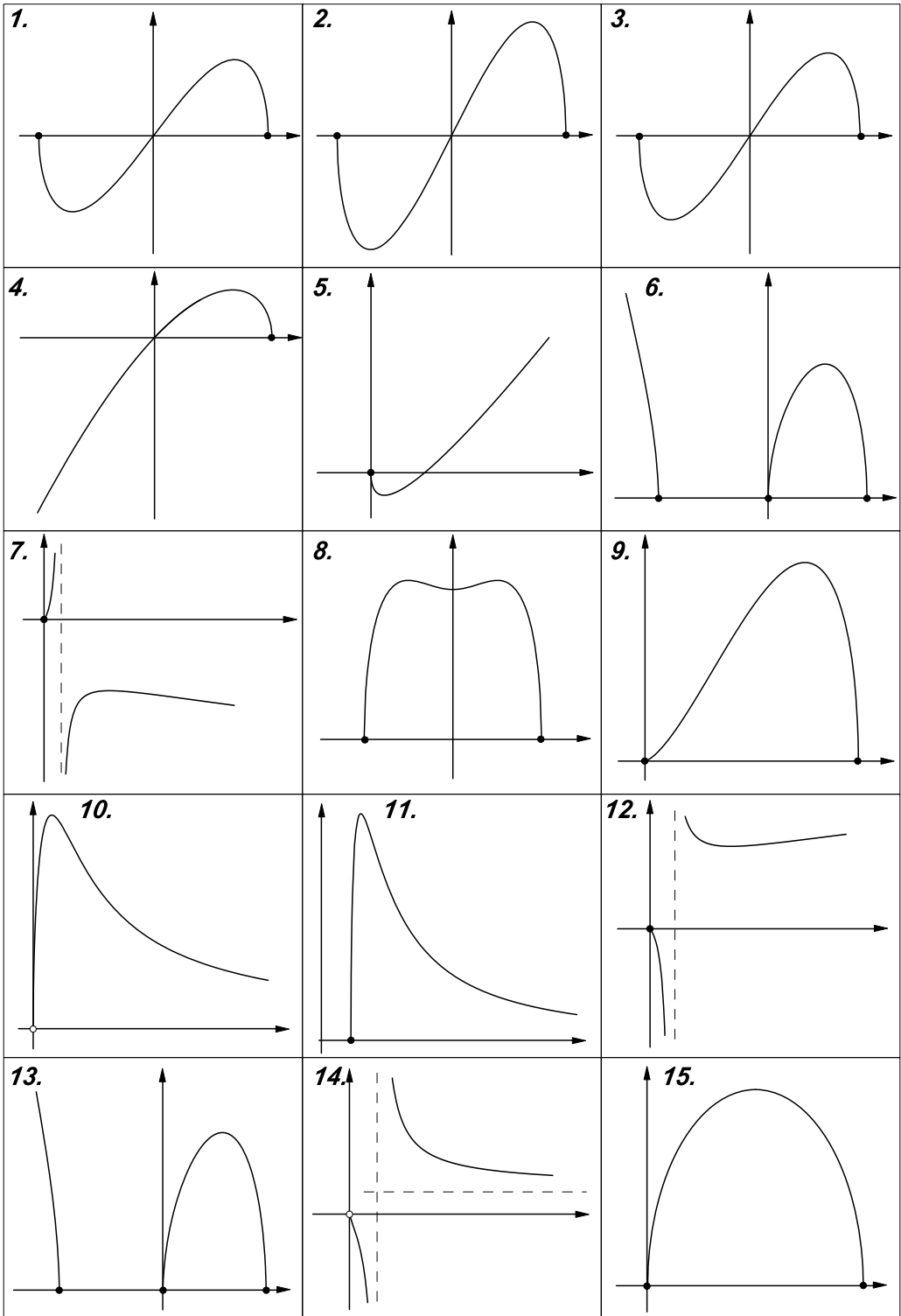
בנוסחה: V - מספר הקודקודים; F - מספר הפאות; E - מספר המקצועות $\Leftrightarrow V + F - E = 2$
 תשמעו סיפור: שאלה שנשאלה במבחן הפסיכומטרי האמריקאי (S.A.T.): נתונים טטראדר ואוקטאדר בעלי פאות חופפות. הרביקו פאה לפאה והתקבל גוף חדש. כמה פאות לגוף החדש? התשובה המיידית שכמעט כל הנבחנים ענו היא 10 פאות: לטטראדר 4 פאות; לאוקטאדר 8 פאות; שתי פאות 'התבזזו' על ההרכבה \Leftrightarrow נשארו 10 פאות. אחד התלמידים חשב שאם שאלה זו הופיעה בין השאלות האחרונות - לא יתכן שהתשובה עליה כה פשוטה. הוא התעמק בבעיה וענה: 7 פאות! התלמיד קיבל במבחן ציון 99. כשביירר היכן טעה, נענה כי היה זה בשאלה זו. התלמיד התעקש שתשובתו נכונה, והבוחנים דחו את עירעורו. גם אביו של התלמיד, שהיה מדען בעצמו, טען לצדקת הבוחנים. התלמיד בנה מודל של הגופים והוכיח את צדקתו. העניין הגיע עד לבית המשפט שפסק כי התלמיד צודק. הבוחנים נאלצו להוסיף לו את הנקודה החסרה, אך הורידו נקודה אחת לכל שאר הנבחנים...

טוב, אז איך זה בכל זאת יכול להיות? התשובה היא כי שתי פאות באמת נגרעו מהדבקה. כל אחת משלושת הפאות האחרות של הטטראדר התלכדה עם אחת מפאות האוקטאדר, כך שיש להפחית שלוש פאות מתוך ה-10 שנשארו.

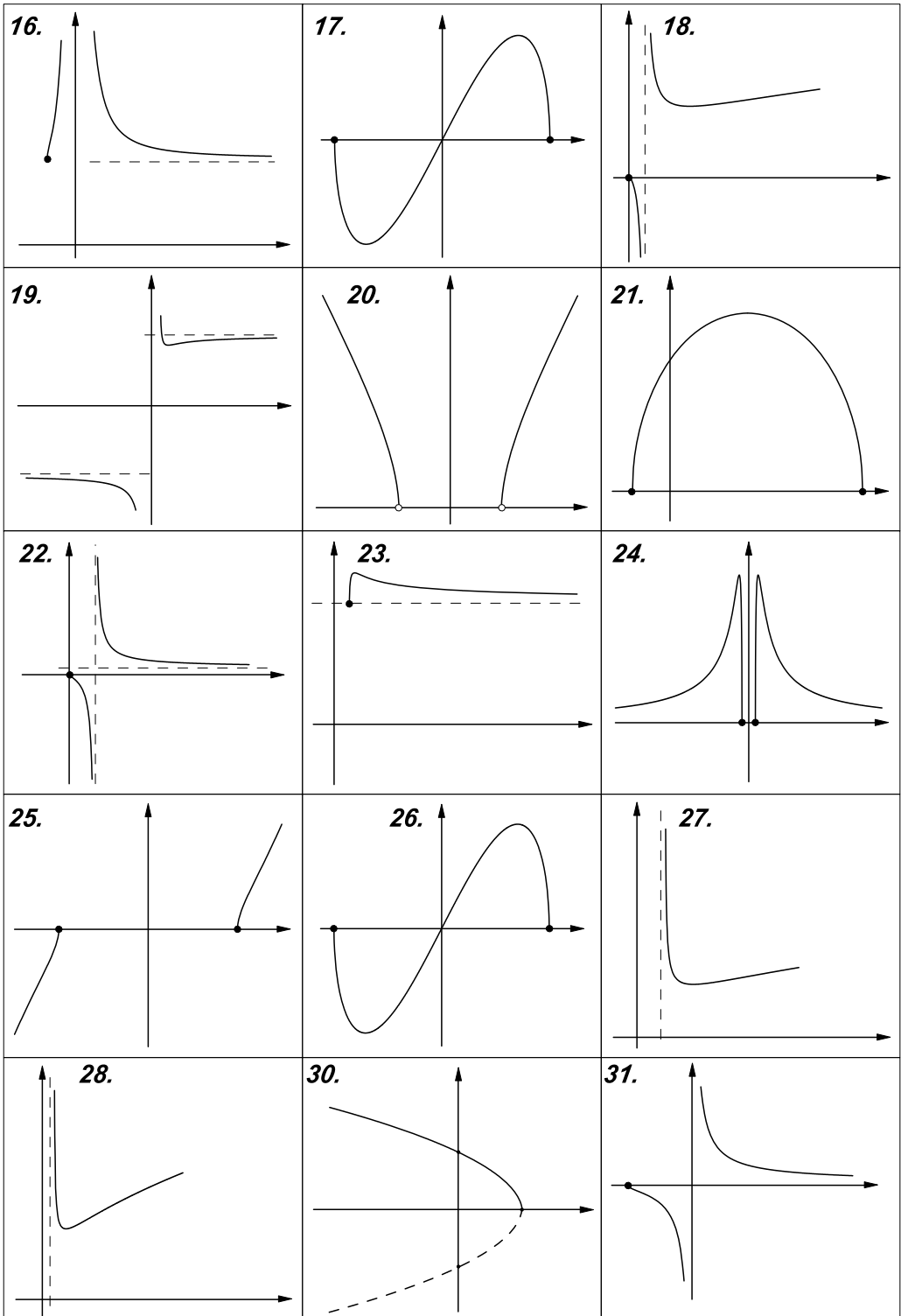
תשובות

31. א. $(-4 \leq x < 0) \cup (x > 0)$ ב. $(-4, 0)$ ג. $x = 0$ ד. $(-4 < x < 0) \cup (x > 0)$, $\angle: \emptyset$
 ה. עמ 263 ו. $(k = 0) \cup (k < -4)$

תשובות



תשובות



חשבון דיפרנציאלי - חקירת פונקציות - פונקציות טריגונומטריות

1. (4 יח', קיץ תשכ"ז - 67) נתונה הפונקציה: $y = 2 \sin x + \sin 2x$.

- א. מה הוא תחום קיום הפונקציה?
 ב. מה הן נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$?
 ג. באיזה תחום חלקי של התחום $0 \leq x \leq 2\pi$ עולה הפונקציה ובאיזה תחום חלקי היא יורדת?
 ד. באילו נקודות חותך גרף הפונקציה את ציר x, ובאיזו נקודה - את ציר y?
 ה. שרטט ע"ס התשובות בסעיפים ב'-ד' סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

2. (5 יח', אביב תשכ"ט - 69) נתונה הפונקציה: $y = \sin x \sin 2x$.

- א. באיזה תחום מוגדרת הפונקציה?
 ב. מצא את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.
 ג. באיזה תחום עולה הפונקציה ובאיזה תחום היא יורדת?
 ד. באילו נקודות חותך גרף הפונקציה את ציר x ובאיזו נקודה - את ציר y?
 ה. שרטט על-סמך הסעיפים א' - ד' סקיצה של גרף הפונקציה.

3. (4 יח', קיץ תשכ"ט - 69, 5 יח', אביב תשל"א - 73) נתונה הפונקציה: $y = 3 \sin x + \sqrt{3} \cos x$.

- א. באיזה תחום מוגדרת הפונקציה?
 ב. מה הן נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה הנתונה בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$?
 ג. באילו תחומים חלקיים של התחום $0 \leq x \leq 2\pi$ הפונקציה עולה, ובאילו היא יורדת?
 ד. מה הן נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x ועם ציר y בתחום הנ"ל?
 ה. שרטט ע"ס התשובות א'-ד' סקיצה של גרף הפונקציה.

תשובות

1. א. $\forall x$. ב. $\max(\frac{\pi}{3}, \frac{3}{2}\sqrt{3}), \min(\frac{5}{3}\pi, -\frac{3}{2}\sqrt{3})$. ד. $(2\pi, 0), (\pi, 0), (0, 0)$.

ג. $\downarrow: (\frac{\pi}{3} < x < \frac{5}{3}\pi) \cup (0 < x < \frac{\pi}{3})$, $\uparrow: \frac{5}{3}\pi < x < 2\pi$. ה. עמ' 277

2. א. $\forall x$. ד. $(\frac{3}{2}\pi, 0), (\pi, 0), (\frac{\pi}{2}, 0), (0, 0)$. ה. עמ' 277

ב. $\min(0, 0), \max(0.96, \frac{4}{9}\sqrt{3}), \min(2.19, -\frac{4}{9}\sqrt{3}), \max(\pi, 0), \min(4.1, -\frac{4}{9}\sqrt{3}), \min(5.33, \frac{4}{9}\sqrt{3})$

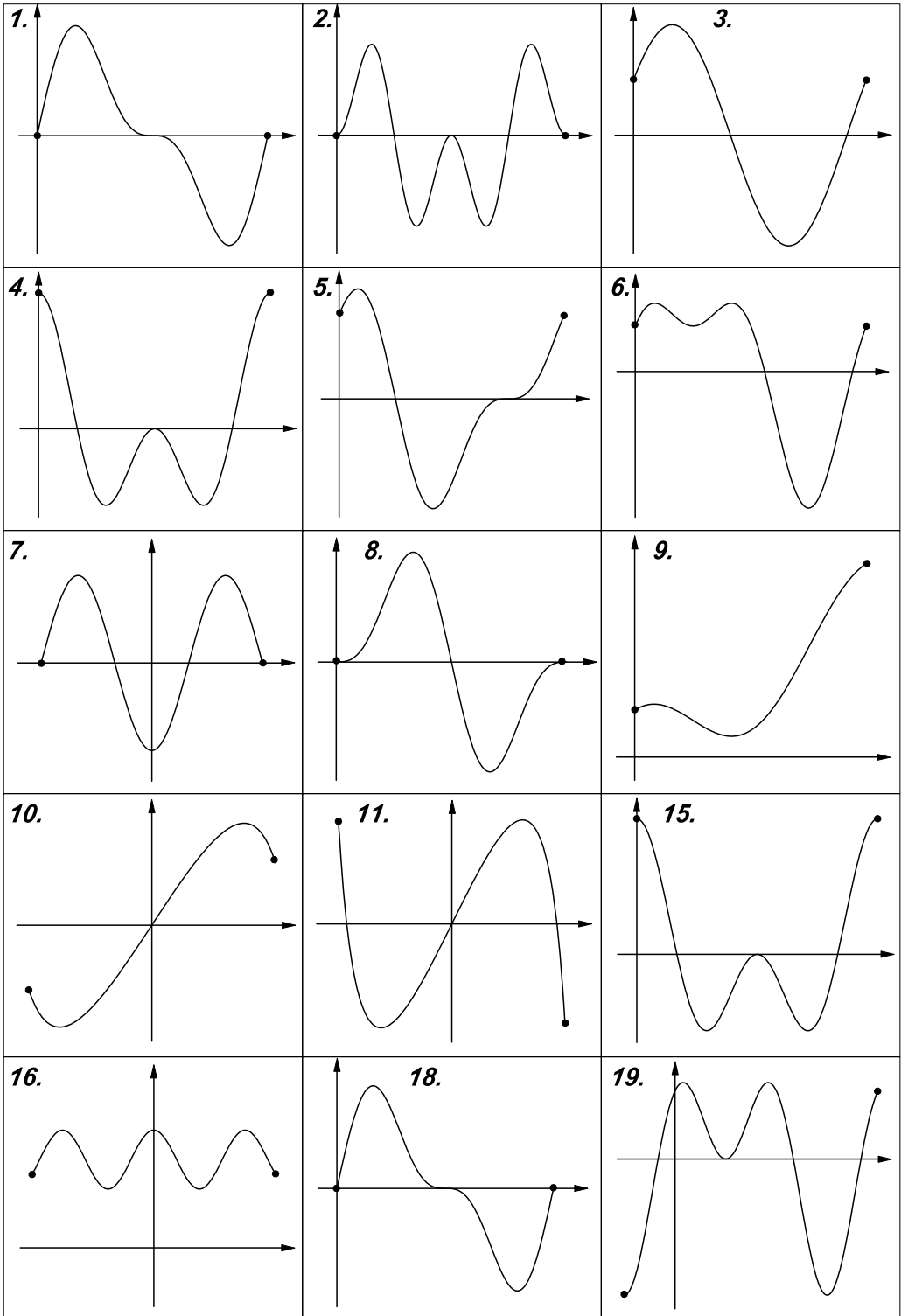
ג. $\uparrow: (4.1 < x < 5.33) \cup (2.19 < x < \pi) \cup (0 < x < 0.96)$

$\downarrow: (5.33 < x < 2\pi) \cup (\pi < x < 4.1) \cup (0.96 < x < 2.19)$

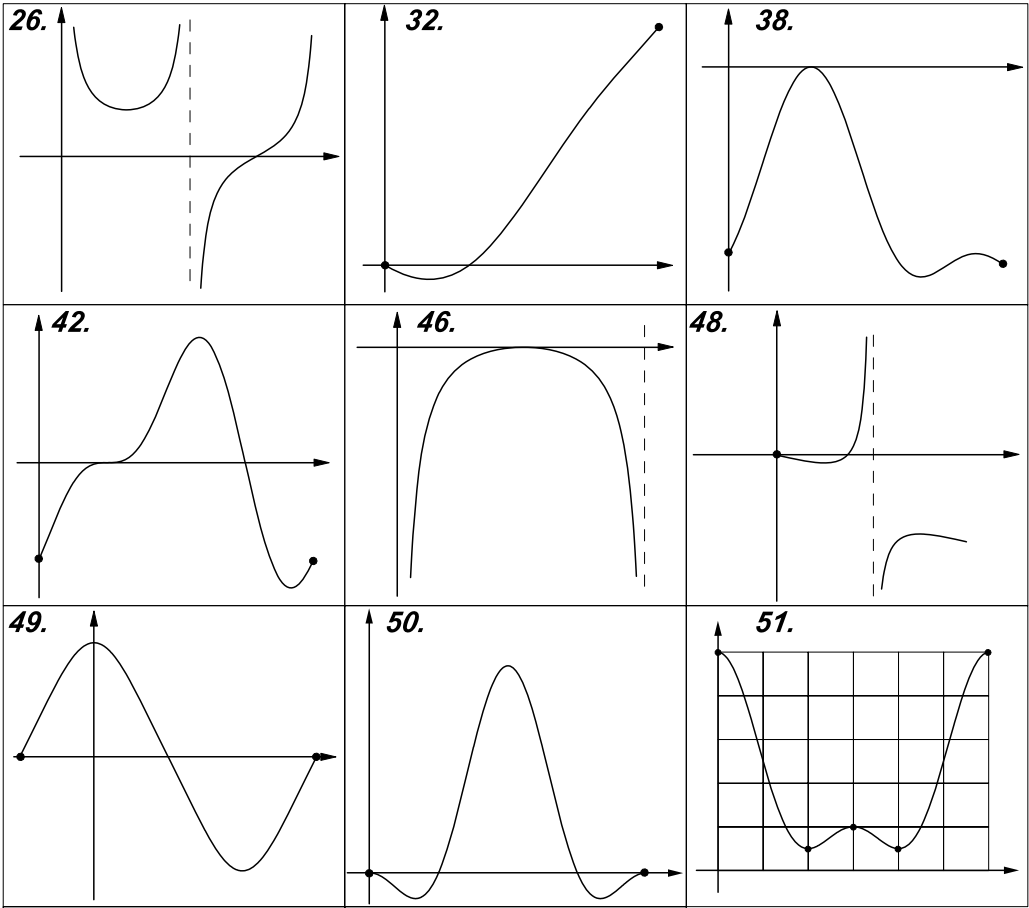
3. א. $\forall x$. ב. $\max(\frac{\pi}{3}, 2\sqrt{3}), \min(\frac{4}{3}\pi, -2\sqrt{3})$. ד. $(\frac{5}{6}\pi, 0), (\frac{11}{6}\pi, 0), (0, \sqrt{3})$. ה. עמ' 277

ג. $\downarrow: \frac{\pi}{3} < x < \frac{4}{3}\pi$, $\uparrow: (\frac{4}{3}\pi < x < 2\pi) \cup (0 < x < \frac{\pi}{3})$

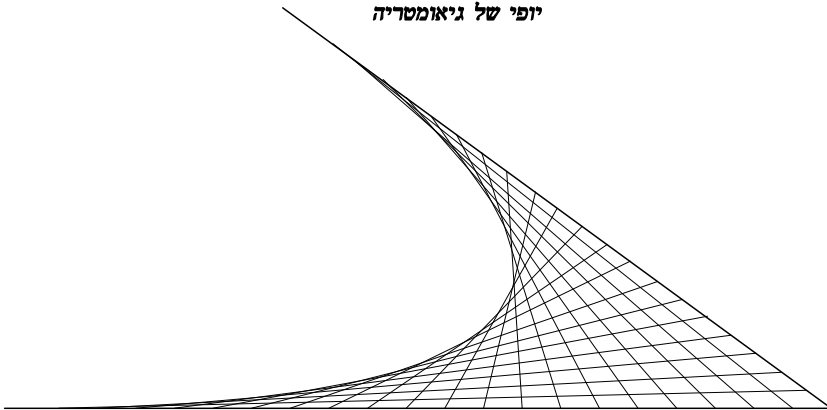
תשובות



תשובות



יופי של גיאומטריה



הצורה הגאומטרית המוצגת כאן התקבלה בדרך הבאה:

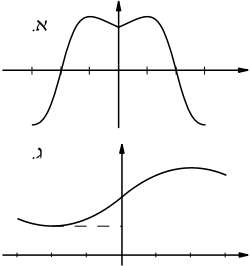
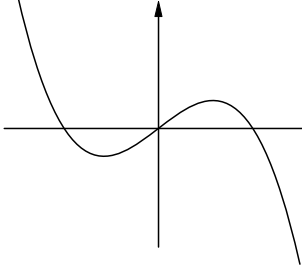
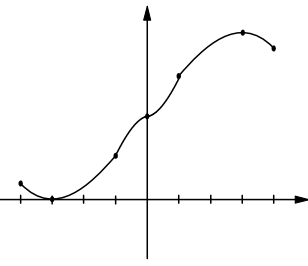
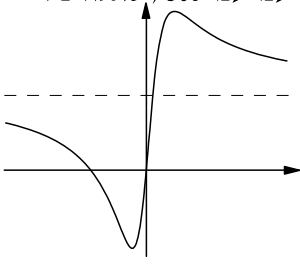
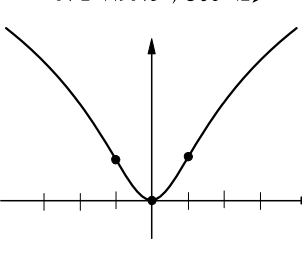
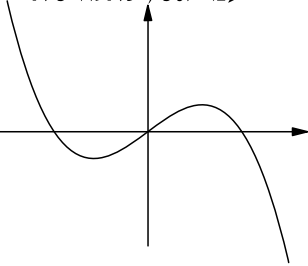
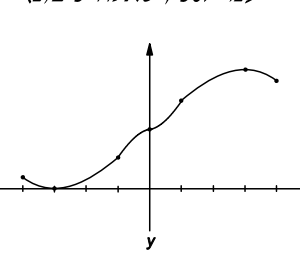
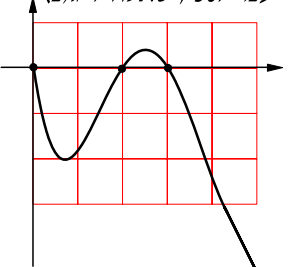
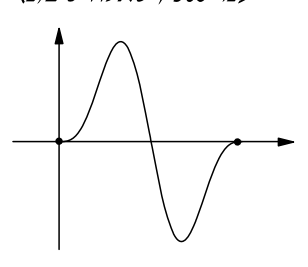
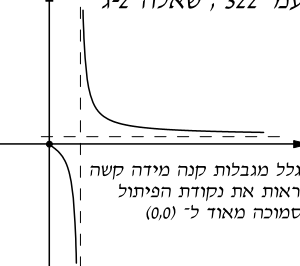
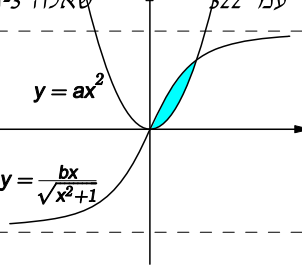
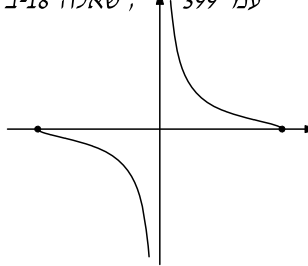
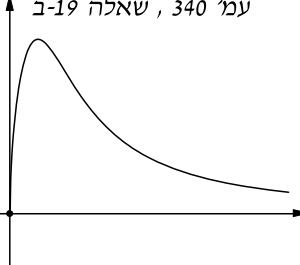
על שוקי זווית (כלשהי) סימנו קטעים שווים.

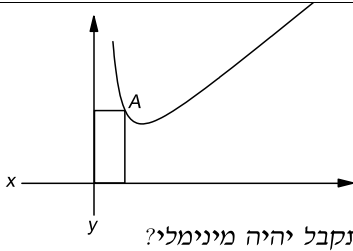
חיברנו את השְׁנֵת הרחוקה מהקודקוד על שוק אחת עם השְׁנֵת הקרובה לקודקוד שבשוק האחרת.

אח"כ חיברנו את השְׁנֵת השנייה מהסוף על שוק אחת עם השְׁנֵת השנייה מהקודקוד שעל השוק האחרת.

וכך עד שכל השנתות חוברו זו לזו כמתואר. הצורה הפנימית שהתקבלה היא **פרבולה**.

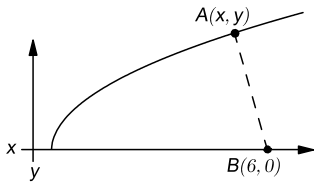
תשובות

<p>עמ' 280, שאלה 2</p>  <p>א. ג.</p>	<p>עמ' 281, שאלה 4-א</p> 	<p>עמ' 281, שאלה 4-ב(2)</p> 
<p>עמ' 306, שאלה 1-ד</p> 	<p>עמ' 306, שאלה 2-א</p> 	<p>עמ' 307, שאלה 3-א</p> 
<p>עמ' 307, שאלה 3-ב(2)</p> 	<p>עמ' 307, שאלה 4-ג(1)</p> 	<p>עמ' 308, שאלה 5-ב(1)</p> 
<p>עמ' 322, שאלה 2-ג</p>  <p>בגלל מגבלות קנה מידה קשה לראות את נקודת הפיתול הסמוכה מאוד ל' (0,0)</p>	<p>עמ' 322, שאלה 3-ג</p>  <p>$y = ax^2$ $y = \frac{bx}{\sqrt{x^2+1}}$</p>	<p>עמ' 399, שאלה 18-ב</p> 
<p>עמ' 340, שאלה 19-ב</p> 		

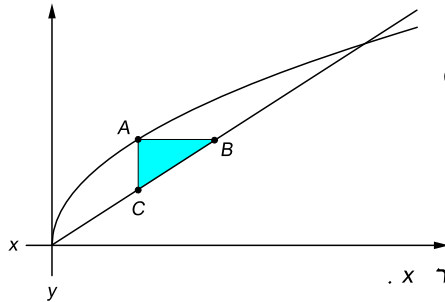


29. (4 יח', חורף תשנ"ט - 99) בציור מתואר גרף הפונקציה $y = x + \frac{1}{x^2}$ ברביע הראשון. מנקודה $A(x_0, y_0)$ שעל גרף הפונקציה, מורידים אנכים לצירים, כך שנוצר מלבן. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A, כדי שהיקף המלבן המתקבל יהיה מינימלי?

30. (4 יח', קיץ תשס"א - 2001) בציור מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = \sqrt{2x-1}$.



הנקודה $A(x, y)$ נמצאת על גרף הפונקציה והנקודה $B(6, 0)$ נמצאת על ציר x.
 א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 ב. בטא באמצעות x את המרחק בין A ל-B.
 ג. עבור איזה ערך של x המרחק בין A ל-B יהיה מינימלי?



31. (שאלון 004, סתיו התשס"ח - 2008, מועד לוחמים)

בציור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \text{ו} \quad g(x) = \frac{1}{6}x \quad \text{בתחום } x \geq 0$$

מהנקודה A שעל גרף הפונקציה $f(x)$

מעבירים ישר המקביל לציר x, וישר המאונך לציר x.

הישר המקביל חותך את הגרף של $g(x)$ ב-B, והישר המאונך חותך את הגרף של $g(x)$ ב-C.

נתון כי שיעור x של הנקודה A הוא t^2 ($0 < t < 6$).

א. הבע באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו-C.

ב. הבע באמצעות t את שטח המשולש ABC.

ג. מצא עבור איזה ערך של t, שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

32. (שאלון 006, קיץ תשס"ז - 2007, מועד ב)

$$f(x) = x\sqrt{x^2+2}$$

א. מבין כל הישרים המשיקים לגרף הפונקציה, מצא את משוואת הישר המשיק ששיפועו מינימלי.

ב. מצא את גודל הזווית בין הכיוון החיובי של ציר x ובין הישר המשיק שמצאת בסעיף א.

תשובות

31. א. $B(6t, t)$, $C(t^2, \frac{t^2}{6})$

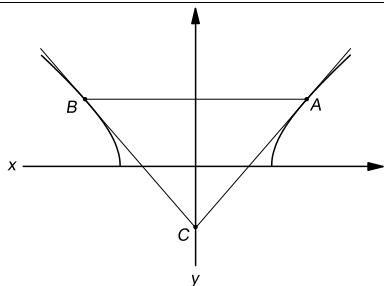
32. $A(1, 2)$

31. ב. $S = \frac{1}{12}(6t - t^2)^2$

33. א. $x \geq \frac{1}{2}$

32. א. $y = \sqrt{2}x$

ב. $AB = \sqrt{x^2 - 10x + 35}$



33. (שאלון 006, קיץ תשס"ט - 2009, מועד ב)

נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2 - 24}$. העבירו ישר המשיק

לגרף הפונקציה בנקודה A שבה $x = t$.

מנקודה A העבירו ישר המקביל לציר x

וחותך את גרף הפונקציה בנקודה B.

בנקודה B העבירו עוד משיק לגרף הפונקציה.

המשיקים נפגשים בנקודה C שעל ציר y.

א. הראה כי הפונקציה זוגית

ב. מצא את השטח המינימלי

של המשולש ABC

פלינדרום

'פלינדרום' הוא מחרוזת תווים שניתן לקוראה ישר והפוך (מימין לשמאל ומשמאל לימין) ללא הברל.

מקור השם ביוון: palin - שוב, dromos - ריצה. לדוגמה: '1234321'.

כמו שיש פלינדרומים מספריים, כך יש גם פלינדרומים מילוליים, כמו: 'דוד', 'סוס', 'היפיפיה'.

ב-1948 פרסם Leigh Mercer פלינדרום מבריק שחיבר O.V. Michaelsen,

לכבוד הפרוייקט של תעלת פנמה: 'A man, A plan, A canal, Panama'

תעלת פנמה נבנתה בין השנים 1880-1914, אחד מפלאי ההנדסה. נמצאת במרכז יבשת אמריקה, אורכה 81_{km}

והיא מחברת בין שני אוקינוסים: השקט והאטלנטי.

רבי אברהם אבן עזרא (1167-1093) מחכמי ספרד, פרשן תנ"ך, משורר, מדקדק, פילוסוף, אסטרונום ומתמטיקאי)

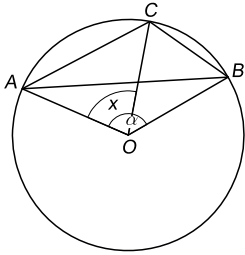
מתאר בדו־שיח פלינדרומי בין כנסת ישראל לאבינו שבשמים את הכמיהה לגאולה ואת הבשורה שבדרך:

- 'אבי, א-ל חי שמך, למה מלך משיח לא יבא?'

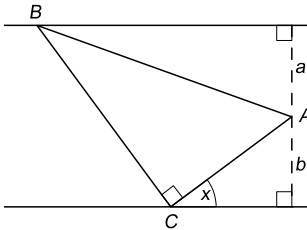
- 'דעו מאניכם, כי לא בוש אבוש. שוב אשוב אליכם כי בא מועד'.

קראו כל משפט בדו־שיח מהסוף להתחלה ותיווכחו שהוא אכן פלינדרום.

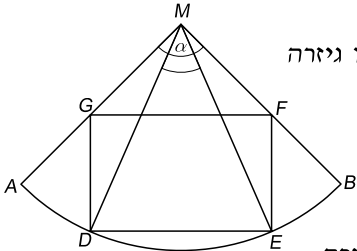
חשבון דיפרנציאלי - בעיות ערך קיצון - טריגונומטריה



1.1 (4 יח', קיץ תשכ"ז - 67) במעגל נתון, בעל רדיוס R שווה הזווית המרכזית, המתאימה למיתר AB , ל- α . מצא במעגל הנתון זווית מרכזית AOC (O - מרכז המעגל הנתון) באופן שמכפלת אורכי המיתרים AC ו- BC תהיה מקסימלית.

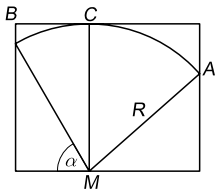


1.2 (4 יח', קיץ תשכ"ח - 68) נקודה A נמצאת בין שני ישרים מקבילים נתונים. מרחק נקודה A מאחד הישרים המקבילים הוא a ומרחקה מהשני - b . נקודה A היא קדקוד זווית חדה במשולש ישר-זווית, אשר שני קדקודיו האחרים, B ו- C (C - קדקוד הזווית הישרה), נמצאים כל אחד על ישר אחר מבין שני הישרים המקבילים הנתונים. מה צריך להיות גודל הזווית x כדי ששטח משולש ישר-זווית ABC יהיה מינימלי?



1.3 (5 יח', קיץ תשכ"ח - 68) מתוך עיגול בעל רדיוס R חתכו גיזרה בעלת זווית מרכזית $\angle AMB = \alpha$. בתוך הגיזרה חסמו מלבן $DEFG$ באופן ששניים מקדקודיו D ו- E נמצאים על קשת הגיזרה והקדקודים G ו- F נמצאים כל אחד על רדיוס הגיזרה. DE מקביל למיתר AB של הגיזרה. מה צריכה להיות הזווית המרכזית המתאימה ל- DE (x), כדי ששטח המלבן $DEFG$ יהיה מקסימלי?

1.4 (5 יח', חורף תשל"ג - 73) במעגל בעל רדיוס R יש לחסום משולש ABC שבו $\angle BAC = \alpha$. מה צריכים להיות אורכי הצלעות AB ו- AC כדי שסכומן יהיה מקסימלי?



הדרכה: קח אחת הזוויות הנתונות במשולש ABC כמשתנה x .

1.5 (4 יח', קיץ תשל"ג - 73) מלבן חוסם רבע עיגול בעל רדיוס R באופן ששתי צלעות המלבן עוברות דרך קצוות המחוגים MA ו- MB של רבע עיגול. הצלע השלישית נוגעת בקשת רבע העיגול ואילו הצלע הרביעית של המלבן עוברת דרך מרכז רבע העיגול (M נקודה). מה היא הזווית α אם שטח המלבן הנ"ל הוא מקסימלי? מצא את השטח המקסימלי של המלבן.

שאלות

1.4 $AB = AC = 2R \cos \frac{\alpha}{2}$ (א')

1.3 $x = \frac{\alpha}{2}$

1.1 $x = \frac{\alpha}{2}$

1.5 $S = \sqrt{2} R^2$, $\alpha = 45^\circ$ (א')

1.2 $x = \pi$

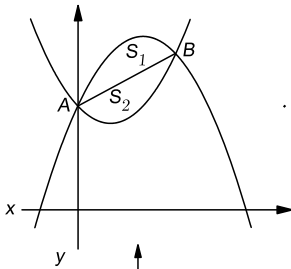
49. (5 יח, קיץ תשנ"ה - 95) נתונה הפונקציה: $y = x^3$, ונתון ישר המשיק לפונקציה ברביע הראשון.

השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה, על-ידי המשיק ועל-ידי ציר y הוא 12.
מצא את נקודת ההשקה של המשיק.

50. (4 יח, חורף תשנ"ז - 96) נתונה הפונקציה: $y = (x - 4)^2$.

א. מהי משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 6$?

ב. חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה, ע"י המשיק שמצאת בסעיף א' וע"י ציר x .

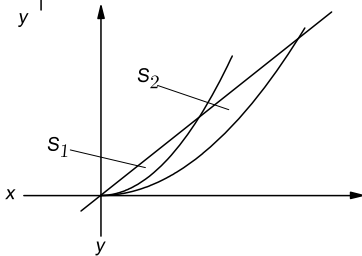


51. (4 יח, קיץ תשנ"ו - 96) הגרפים של הפרבולות:

$$y = -x^2 + 4x + 6 \text{ ו- } y = x^2 - 2x + 6$$

הקטע AB מחלק את השטח הכלוא בין הגרפים של הפרבולות

לשני שטחים: S_1 ו- S_2 . הוכח: $S_1 = S_2$.



52. (5 יח, קיץ תשנ"ו - 96) גרף הפונקציה $y = x^2$

מחלק את השטח, המוגבל על-ידי הגרפים $y = mx$

ו- $y = \frac{1}{2}x^2$, לשני שטחים: S_1 ו- S_2 .

הוכח: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}$.

53. (4 יח, קיץ תשנ"ז - 97)

נתונה הפונקציה: $y = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$.

הפונקציה חותכת את ציר x בנקודות:

$$A(-1, 0), B(2, 0), C(4, 0)$$

בנקודה D, שהיא נקודת החיתוך של הפונקציה

עם ציר y , מעבירים משיק לגרף הפונקציה.

א. הוכח כי משוואת המשיק היא: $y = 2x + 8$.

ב. חשב את השטח (ברביע השני) המוגבל על-ידי גרף הפונקציה,

על-ידי המשיק ועל-ידי ציר x (השטח האפור בציור).

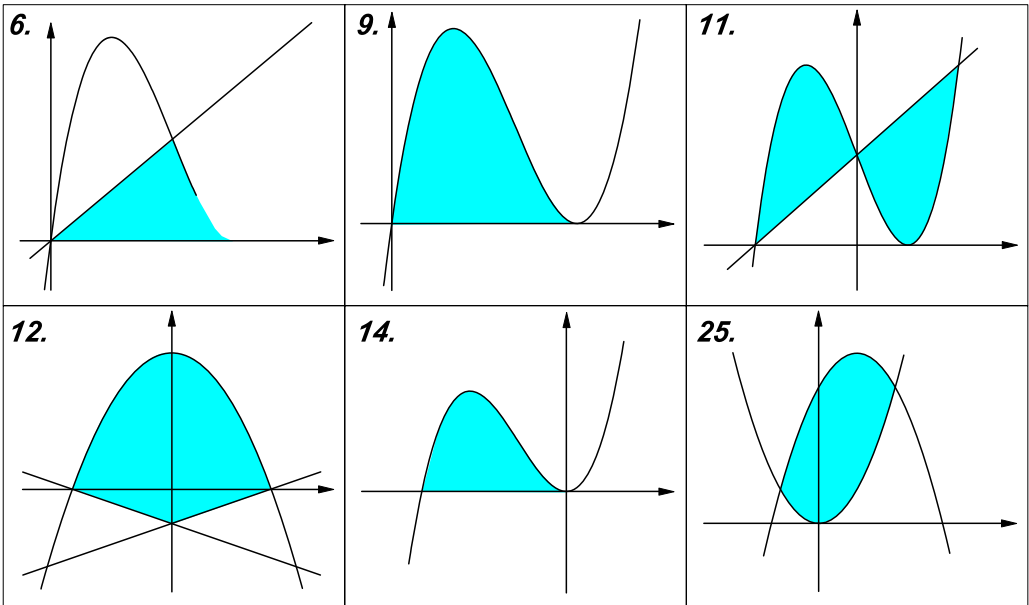
אם תחליף כל ספרה (אחת בלבד) של המספר הראשוני 11,917,049 ב-'3' תקבל מספר ראשוני!

49. (2, 8)

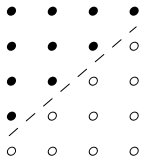
50. א. $y = 4x - 20$ ב. $S = \frac{2}{3}$ (י"ר)

53. ב. $S = 10\frac{11}{12}$ (י"ר)

תשובות

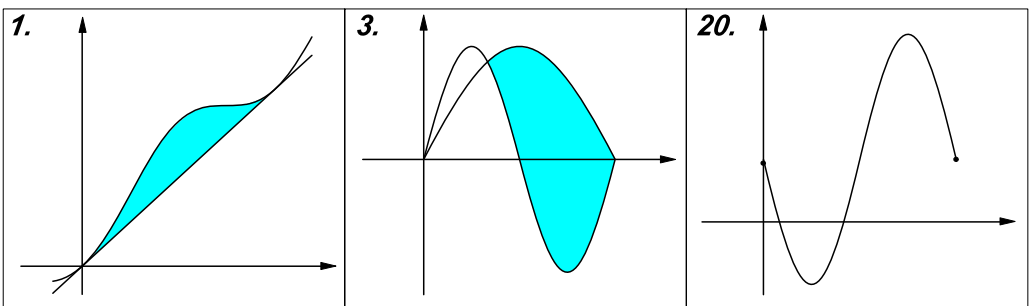


הוכחה ללא מילים

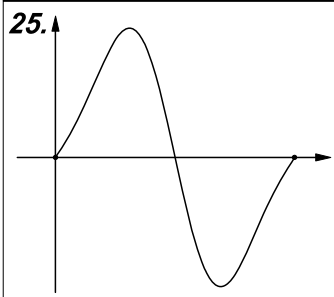


$$\Rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n \cdot n \cdot (n + 1)$$

תשובות

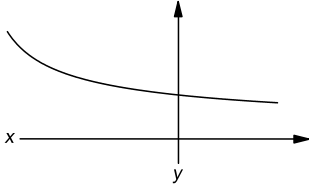


תשובות לשאלות שבעמודים 324-329



Yesterday is history, tomorrow is a mystery.
Today is a gift, that's why it's called the present.

חשבון אינטגרלי - שטחים - שורשים ריבועיים במכנה



1. (5 יח', קיץ תשנ"ט - 99) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+6}}$

א. דרך ראשית הצירים העבירו משיק לגרף הפונקציה.

מצא את משוואת המשיק.

ב. חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה הנתונה,

ע"י המשיק שמצאת, וע"י ציר y .

2. (שאלון 006, קיץ תשס"ו - 2006, מועד א)

נתונה הפונקציה $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$

א. הראה כי הפונקציה עולה לכל x .

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה הפונקציה חותכת את ציר x .

(1) הראה כי המשיק אינו חותך את הפונקציה בנקודות נוספות.

(2) המשיק נפגש עם הישר $y=1$ בנקודה A . מנקודה A העבירו אנך לציר x .

חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק, ועל ידי האנך מ- A .

3. (שאלון 006, קיץ תשס"ז - 2007, מועד א)

נתונות שתי פונקציות: $f(x) = ax^2$ ($a > 0$) ו- $g(x) = \frac{bx}{\sqrt{x^2+1}}$ ($b > 0$).

א. מצא תחומי עליה וירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

ב. הבע באמצעות b אסימפטוטות (אם יש כאלה) של הפונקציה $g(x)$ המקבילות לצירים.

ג. הגרפים של שתי הפונקציות נחתכים בשתי נקודות בלבד. שרטט, במערכת צירים אחת,

סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. אחת מנקודות החיתוך שבין הגרפים של שתי הפונקציות היא ב- $x=1$, והשטח המוגבל

על ידי הגרפים של שתי הפונקציות הוא $\frac{5}{3} - \sqrt{2}$.

חשב את ערכי הפרמטרים a ו- b .

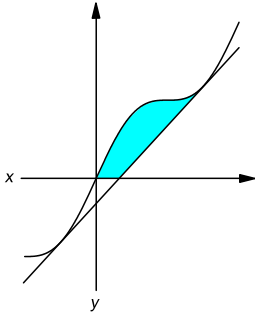
שאלות

1. א. $y = -\frac{\sqrt{2}}{8}x$ ב. $S = 2\sqrt{6} - 3\sqrt{2} = 0.66$ (יחידות ריבועיות)

2. ב. $y = \pm 1$ ג. עמ' 279 ד. (2) $S = 4.5 - 3\sqrt{2} = 0.2574$ (יחידות ריבועיות)

3. א. $\angle: \forall x$ ב. $y_{\leftarrow} = -b$, $y_{\rightarrow} = b$ ג. עמ' 279 ד. $a = 1$, $b = \sqrt{2}$

34. (804, חורף תש"ע - 2010)



נתונה הפונקציה $f(x) = x + \sin x$ בתחום $-\pi \leq x \leq 2\pi$,

ונתון הישר $y = x - 1$.

א. מצא בתחום הנתון את שיעור x של נקודות הפגישה

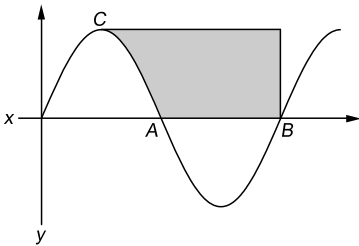
בין גרף הפונקציה ובין הישר.

ב. הוכח כי הישר משיק לפונקציה בנקודות שמצאת בסעיף א.

ג. חשב בתחום הנתון את השטח הנמצא מעל ציר x ,

ומוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי הישר ועל ידי ציר x .

35. (004, אביב ס"ח - 2008, לוחמים)



נתונה הפונקציה $y = \sin 2x$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$,

ו- A ו- B הן נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x ,

מימין לראשית הצירים. C היא נקודת מקסימום של

הפונקציה ושיעור x שלה הוא $\frac{\pi}{4}$.

מעבירים משיק לפונקציה בנקודה C .

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. מנקודה B מעבירים אנך לציר x .

חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק, האנך וציר x .

רק הוכחה היא הוכחה

עד כמה אין לסמוך על דוגמאות כדי להסיק מסקנות, ואפילו הן רבות מאוד, ניתן ללמוד מהתופעה שנתאר כעת. פרט ל- 2, כל המספרים הראשוניים הינם פרדיים (פרטיים, לא-זוגיים). ואלה נחלקים לשתי קבוצות: המספרים שגדולים ב- 1 מכפולה של $4n + 1$ והמספרים שקטנים ב- 1 מכפולה של $4n - 1$. בבדיקה של המספרים הראשוניים הראשונים, נראה שיש יותר מספרים ראשוניים בקבוצה של 'קטנים ב- 1' מאשר במקבוצה של 'גדולים ב- 1'. כך נמשכת התופעה עד מיליארד. ואולם - האבחנה הזאת אינה נכונה! אנשי תורת המספרים הראו בשיטות עקיפות כי כאשר המספרים הראשוניים נעשים גדולים דים, הרי שיש יותר מספרים ראשוניים בקבוצה של 'גדולים ב- 1' מאשר בקבוצה האחרת. ההוכחה לעובדה זו פעלה רק כאשר המספרים היו גדולים מ- $10^{10^{10^{16}}}$. זהו מספר בלתי נתפס. לו כל החומר ביקום היה הופך לנייר והיינו רושמים על כל אלקטרון אפס אחד בלבד - לא היינו מכסים אפילו חלק קטן מהאפסים של מספר זה !!!

תהליך

34. א. $x_1 = -\frac{\pi}{2}$, $x_2 = \frac{3\pi}{2}$ ג. $S = \frac{3\pi+1}{2} = 5.21$ (יחידות ריבועיות)

35. א. $y = 1$ ב. $S = \frac{3}{4}\pi - \frac{1}{2} = 1.86$ (יחידות ריבועיות)

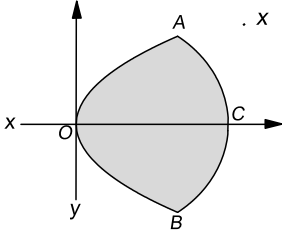
חשבון אינטגרלי - נפח גוף סיבוב

1. (4 יח', קיץ תשכ"ז - 67) מצא את נפח גוף הסיבוב הנוצר ע"י סיבוב השטח,

המוגבל בישר $y = 2 - x$ ובפרבולה $y = (x - 2)^2$, סביב ציר x .

2. (4 יח', חורף תשכ"ט - 69) מצא את נפח גוף הסיבוב הנוצר ע"י סיבוב

השטח המוגבל בעקומה $x - 9y^2 = 0$ ובישר $x - y = 0$ סביב ציר x .



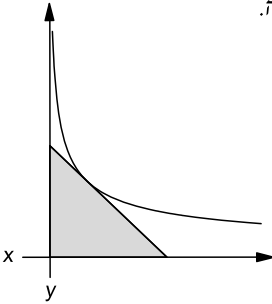
3. (5 יח', חורף תשל" - 70) למעגל $(x - 1)^2 + y^2 = 25$

ולפרבולה $y^2 = 2px$ ישנו מיתר משותף הנמצא על הישר $x = 4$.

א. מצא את p .

ב. השטח האפור, המוגבל בקשת AOB של הפרבולה ובקשת ACB של המעגל הנ"ל מסתובב

סביב ציר x . מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר על-ידי סיבוב זה.



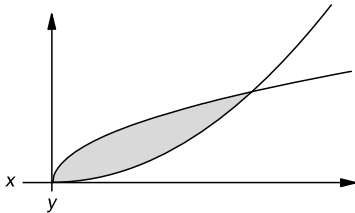
4. (5 יח', קיץ תשל"א - 71) נתונה הפונקציה $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

משיק לגרף הפונקציה הנתונה יוצר עם צירי השיעורים משולש.

משולש זה יוצר ע"י סיבוב סביב ציר x חרוט.

הוכח, כי נפח החרוט הנ"ל איננו תלוי בנקודת הגרף שבה העבירו

את המשיק (ז"א הנפח הוא גודל קבוע).



5. (4 יח', קיץ תשל"ב - 72, חורף תש"ם - 80)

מצא את נפח גוף הסיבוב הנוצר ע"י סיבוב השטח המוגבל

בגרפים של הפונקציות $y = x^2$ ו- $y = \sqrt{8x}$ סביב ציר x .

6. (4-5 יח', קיץ תשל"ד - 74) מצא את נפח גוף הסיבוב, הנוצר ע"י סיבוב השטח המוגבל

בעקומה $y^2 = x^3$ ובישר $x = 4$, סביב ציר x .

7. (5 יח', אביב תשל"ה - 75) מצא את הנפח של הכדור בעל רדיוס R ע"י חישוב הנפח של גוף הסיבוב,

הנוצר הודות לסיבוב חצי עיגול, שבין קשת המעגל $x^2 + y^2 = R^2$ לבין ציר x , סביב ציר x .

תשאלות

1. $V = \frac{2}{15}\pi$ (י"ק) 2. $V = 49\frac{1}{3}\pi$ (י"ק) 3. $p = 2$ 4. $V = 64\pi$ (י"ק) 5. $V = 9.6\pi$ (י"ק)

1. $V = \frac{\pi}{437}$ (י"ק) 2. $V = 2\frac{1}{4}\pi$ (י"ק) 3. $V = \frac{4^3}{3}$ (י"ק) 4. $V = 2\frac{1}{4}\pi$ (י"ק)

5. $V = 9.6\pi$ (י"ק)

מבנה מבחן הבגרות לשאלון 581 (806)

שאלון ר' (35806) מהווה 60% מהציון הסופי.

שאלון ז' (35807) מהווה 40% מהציון הסופי.

משך זמן המבחן: שלוש שעות וחצי.

פרק א - בחירה: 2 שאלות מתוך 3 שאלות.

- שאלות מילוליות - סדרות - הסתברות

פרק ב - בחירה: שאלה אחת מתוך שתי שאלות.

תהיה שאלה בכל נושא: - גיאומטריה במישור - טריגונומטריה במישור

פרק ג - בחירה: 2 שאלות מתוך 3 שאלות.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, שורש ריבועי, פונקציות רציונליות וטריגונומטריה.

שאלה 2 שחסרה ב-13 המבחנים הראשונים שבפרק זה, עסקה באינדוקציה.

נושא זה ירד מחומר הלימודים.

הגרפים הנדרשים במבחנים של חלק זה - מוצגים בסוף הספר

אלוף ריבועי הקסם

13	3	2	16
8	10	11	5
12	6	7	9
1	15	14	4

ישנם 880 ריבועי קסם יסודיים מסדר 4×4 .

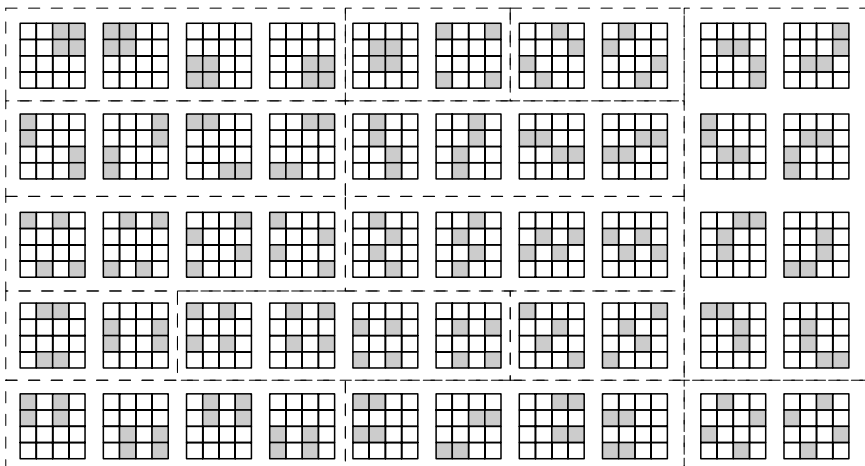
כלומר שאף לא אחד מהם הינו שיקוף או סיבוב של ריבוע קסם אחר.

ריבוע הקסם המתואר משמאל הוא כנראה ריבוע הקסם היפה ביותר.

לא רק שסכום כל שורה, כל טור וכל אלכון שווה ל-34.

אלא עוד 50 וריאציות סימטריות נוספות, ובסה"כ: 60 צירפים סימטריים של 34!

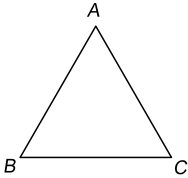
להלן פירוט הצירופים (למעט שורות, טורים ואלכסונים):



מבחן 35 - קיץ תשע"ט - 2019 - מועד ב

בחירה: שתי שאלות מהשאלות 1-3, שאלה אחת מהשאלות 4-5, שתי שאלות מהשאלות 6-8

פרק ראשון - אלגברה והסתברות



1. בצויר מתואר מסלול לרכיבה באופניים בצורת משולש שווה-צלעות ABC ,

שאורך צלעו a מטר.

שני רוכבי אופניים יצאו באותו הזמן מן הנקודה A לכיוון הנקודה B .

הם רכבו לאותו הכיוון לאורך המסלול המשולש.

כל אחד מהם רכב במהירות קבועה.

המהירות של רוכב A גדולה ב-2 מטרים לשנייה מן המהירות של רוכב B .

כאשר הגיע רוכב A אל הנקודה A לאחר שהשלים פעמיים את המסלול המשולש,

הגיע רוכב B אל הנקודה B בפעם השנייה.

א. מצא את המהירות של כל אחד מרוכבי האופניים.

ב. באיזו נקודה על המשולש יהיה רוכב B ,

כאשר יגיע רוכב A אל הנקודה A אחרי שהשלים 5 פעמים את המסלול המשולש?

כאשר הגיע רוכב A אל הנקודה A אחרי שהשלים 5 פעמים את המסלול,

הוא הסתובב והחל לרכוב לכיוון הנגדי - מן הנקודה A לכיוון הנקודה C , בלי לשנות את מהירותו.

רוכב B המשיך לרכוב בכיוון הנסיעה המקורי, בלי לשנות את מהירותו. הרוכבים נפגשו בנקודה M .

ג. מצא על איזו צלע של המשולש נמצאת הנקודה M ,

ומצא באיזה יחס הנקודה M מחלקת את הצלע שמצאת.

למחרת שוב יצאו הרוכבים מן הנקודה A , רכבו לכיוון הנקודה B והמשיכו לרכוב במסלול המשולש,

כל אחד מהם רכב באותה המהירות שרכב ביום שלפני כן.

רוכב A חלף על פני רוכב B בפעם הראשונה ב-6 דקות אחרי שיצאו לדרך.

ד. מצא את היקף המשולש. נמק.

מתוך דו"ח של חקירת הצבא היפני במלחמת העולם השנייה שבוי מלחמה, קצין בריטי צעיר שנשבה בסינגפור:

- שאלה: מדוע לא הרסתם את סינגפור?

- תשובה: מדוע להרוס? הרי נחזור לסינגפור.

- שאלה: אינך מאמין עדיין שבריטניה הפסידה במלחמה?

- תשובה: אנחנו יכולים להפסיד ב-99 קרבות, אבל חשוב לנצח בקרב ה-100, זה הקרב האחרון, ואנחנו ננצח בו.

2. נתונה סדרה a_n המקיימת לכל n טבעי את הכלל: $a_{n+1} + a_n = 6n + 5$.

א. הוכח כי מתקיים $a_{n+2} = a_n + c$ (c הוא מספר קבוע), ומצא את ערכו של c.

ב. רשום לפחות 4 איברים ראשונים של סדרה a_n המקיימת את הכלל והיא אינה סדרה חשבונית.

נתון כי הסדרה a_n כולה היא חשבונית.

ג. חשב את ערכו של a_1 .

בנו סדרה חדשה בת $2n + 1$ איברים: $a_1 - 1, a_2 - 2, a_3 - 3, \dots, a_{2n+1} - (2n + 1)$.

האיבר האמצעי בסדרה החדשה הוא 43.

ד. חשב את סכום הסדרה החדשה.

3. בקופסה יש 12 כדורים כחולים, 20 כדורים אדומים ו-8 כדורים צהובים.

על 28 מן הכדורים רשומה הספרה 1, ועל השאר רשומה הספרה 0.

$\frac{1}{4}$ מן הכדורים שרשומה עליהם הספרה 1 הם צהובים.

מספר הכדורים האדומים שרשומה עליהם הספרה 1 גדול פי 4

ממספר הכדורים הכחולים שרשומה עליהם הספרה 0.

דני מוציא באקראי כדור מן הקופסה.

א. מהי ההסתברות שהכדור שדני הוציא הוא כדור כחול ושרשומה עליו הספרה 1?

ב. אם ידוע שדני הוציא באקראי כדור כחול אך כדור שרשומה עליו הספרה 1,

מהי הסתברות שהוא הוציא כדור שרשומה עליו הספרה 0?

דני החזיר את הכדור לקופסה, וכעת הוא משחק במשחק:

הוא מוציא באקראי כדור מן הקופסה,

רושם לעצמו את הספרה שעליו ומחזיר את הכדור לקופסה.

בכל פעם שהוא מוציא כדור שרשומה עליו הספרה 1 הוא צובר נקודה.

הוא יפסיק לשחק כאשר הוא יצבור 5 נקודות.

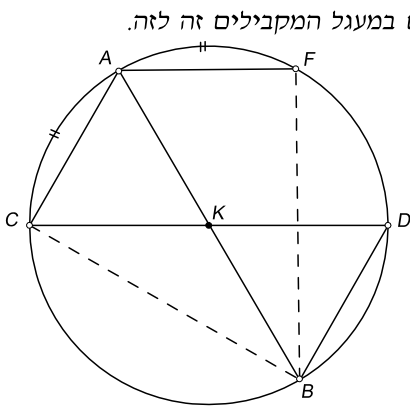
ג. מהי ההסתברות שדני יצבור 5 נקודות אחרי 6 פעמים בדיוק?

שחקן הכדורגל כריסטיאנו רונאלדו נשאל מדוע אין קעקועים על גופו כמו שיש לשחקן הכדורגל ניימאר. בשלווה עילאית הוא ענה: "ראית פעם מכונת פרארי עם מדבקות?". . .

2. א. $c = 6$ ב. $1, 10, 7, 16, \dots$ ג. $a_1 = 4$ ד. $S_{41} = 1763$

3. א. $P = \frac{9}{40}$ ב. $P = \frac{3}{31}$ ג. $P = 0.252105$

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. AB הוא קוטר במעגל. CD ו- AF הם שני מיתרים במעגל המקבילים זה לזה.

AB ו- CD נחתכים בנקודה K. $\widehat{CA} = \widehat{AF}$.

א. הוכח: (1) $\angle FAB = \angle CAB$.

(2) $BK = BD$.

ב. הוכח כי המרובע AFKC הוא מעוין.

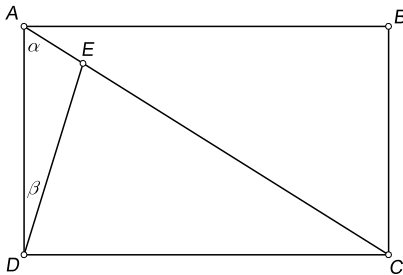
ג. נתון גם כי $BD \cdot AB = CD \cdot AC$.

הוכח: (1) $\triangle BDC \sim \triangle CAB$.

(2) CD הוא קוטר במעגל.

(שים לב: CD בציור הוא קוטר, אבל זה אינו נתון.)

(הציור מותאם לסוף השאלה. במקור CD אכן אינו מצויר כקוטר.)



5. המרובע ABCD הוא מלבן.

E היא נקודה על האלכסון AC.

$\angle DAC = \alpha$, $\angle ADE = \beta$.

R_1 הוא רדיוס המעגל

החוסם את המלבן ABCD.

R_2 הוא רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADE.

א. הבע את היחס $\frac{R_1}{R_2}$ באמצעות α ו- β .

ב. הראה כי כאשר $\alpha = \beta$ מתקיים $\frac{R_1}{R_2} < 2$.

ג. נתון כי $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 15^\circ$.

(1) הראה כי $\triangle DEC$ הוא שווה-שוקיים.

(2) הבע את BE^2 באמצעות R_1 .

מספרים ראשוניים מסודרים

מספר ראשוני נקרא 'מסודר' אם כל סידור ספרותיו הוא מספר ראשוני.

למשל: 13 הוא 'ראשוני מסודר', כי גם 31 הוא ראשוני.

או 199 שהוא ראשוני וגם 919 ו-991 ראשוניים.

לא ידוע אם יש מספר ראשוני מסודר הגדול מ-991 שלא כל ספרותיו אחדים.

(המספר המורכב מ-19 אחדים או מ-317 או מ-1031 אחדים הוא ראשוני.)



5. א. $BE^2 = (4 - \sqrt{3}) R_1^2$ (2) ג. $\frac{R_1}{R_2} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha}$

פרק שלישי - חדו"א של פולינומים, של פונקציות שורש, פונ' רצינות ופונ' טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה $f(x) = a \cos 2x + \sin^2 x$ המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$. a הוא פרמטר.

א. האם הפונקציה $f(x)$ היא 'זוגית' או 'אי־זוגית' או אף לא אחת מהן? נמק.

ב. מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (הבע בעזרת a , אם צריך),

אם נתון כי הפונקציה אינה קבועה?

קבע את סוגן בהתאם לערך של a (התייחס לשתי האפשרויות של a).

ג. מצא את הערך של a שעבורו הפונקציה $f(x)$ היא קבועה. נמק.

נתון: $a > 1$.

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקצית הנגזרת $f'(x)$.

ה. השטח המוגבל על־ידי גרף פונקצית הנגזרת $f'(x)$ ועל־ידי ציר x שווה ל־12 יחידות ריבועיות.

מצא את ערכו של הפרמטר a .

7. נתון מעגל ובו קוטר AB . רדיוס המעגל הוא 10.

הנקודה P נמצאת על הקוטר AB בין מרכז המעגל ובין הנקודה B .

דרך הנקודה P מעבירים אנך ל־ AB החותך את המעגל בנקודות C ו־ D .

מצא את השטח המקסימלי של המשולש ACD .

המלחמה הקצרה ביותר

מלחמת אנגליה־זנויבר התנהלה בין האימפריה הבריטית לזנויבר ב־27.8.1896. המלחמה ארכה 38 דקות.

הסולטאן של זנויבר עד אז, שיתף פעולה עם הבריטים, אחיינו תפס את השלטון לאחר מות הסולטאן.

הבריטים דרשו ממנו להתפטר כי העדיפו מועמד אחר.

לאחר שפקע האולטימטום שלהם לאותו אחיין בשעה 9:00 בבוקר, הפגיוו ספינות הצי את הארמון, היאכטה של

המושל ואת המגדלור המקומי. ההפגזה הופסקה לאחר 38 דקות ובכך בא הקץ לשלטונו של האחייין.

במהלך אותם 38 דקות נהרגו כ־500 איש.

זה עדיין פחות מקצב המוות שהיה במלחמת העולם שניה: כ־1200 מירי שעה!

שאלות

$a < \frac{1}{2}$: $\min_{ep.}(\pm\pi, a)$, $\max(\pm\frac{\pi}{2}, 1-a)$, $\min(0, a)$

א. זוגית ב. $a > \frac{1}{2}$: $\max_{ep.}(\pm\pi, a)$, $\min(\pm\frac{\pi}{2}, 1-a)$, $\max(0, a)$

ד. (1)-(2) בסוף הספר ג. $a = \frac{1}{2}$ ה. $a = 2$

7. $\max S_{\triangle ACD} = 75\sqrt{3}$ (יחידות ריבועיות)

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + bx - c}{x^2 - 4}$. b ו- c הם פרמטרים.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ זוגית.

ב. מצא את ערכו של הפרמטר b .

נתון: לגרף הפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות חיתוך עם ציר x

בין שתי האסימפטוטות האנכיות שלה.

ג. מצא את תחום הערכים של c .

ד. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

הבע באמצעות c , אם צריך.

(2) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$,

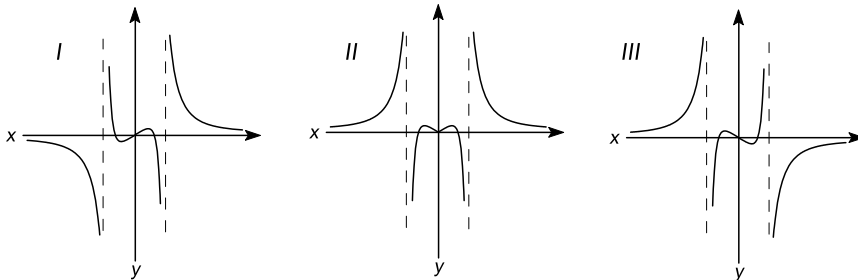
וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$

המוגדרות באותו תחום שבו מוגדרות הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$.

(1) איזה מהגרפים שלפניך הוא גרף הפונקציה $g(x)$? נמק.

(2) הבע באמצעות c את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל-ידי ציר x .



בהצלחה

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך, התרבות והספורט

שני ימי זכרון סמוכים כל שנה (יום הזכרון לשואה ויום הזכרון לחללי צה"ל).

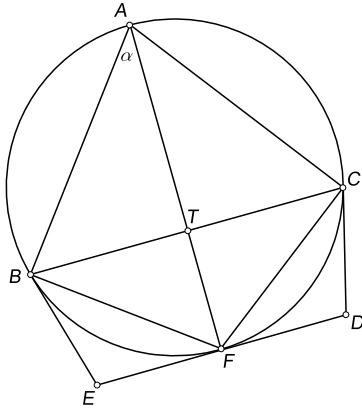
לטובת החישוב הכללי: כמה עולה לנו עם מדינה וכמה עולה לנו בלי (צור ארליך)

תשובות

8. א. $x \neq \pm 2$ ב. $b = 0$ ג. $0 < c < 4$ ד. (1) $\max(0, \frac{c}{4})$ (2) $y = 1$. סרטוט - בסוף הספר

ה. (1) III (2) $S = \frac{c^2}{16}$ (יחידות ריבועיות)

טריגונומטריה



3. במעגל שאורך מחוגו (רדיוס) R חסום משולש ABC . AF הוא קוטר במעגל.

- המשיק למעגל בנקודה F מקביל למיתר BC .
- E היא נקודת החיתוך של המשיק למעגל בנקודה F עם המשיק למעגל בנקודה B .
- D היא נקודת החיתוך של המשיק למעגל בנקודה F עם המשיק למעגל בנקודה C .
- AF ו- BC נפגשים בנקודה T . $\angle BAF = \alpha$.
- א. בטא באמצעות α את $\angle BEF$.

הסבר שיקולידך בקצרה. אין צורך לפרט כהוכחה גיאומטרית.

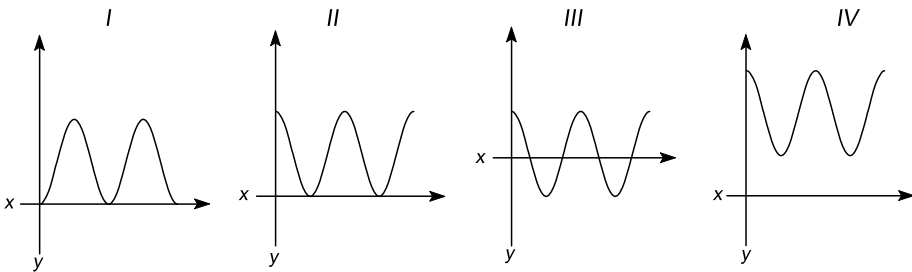
ב. הוכח: $BE = R \operatorname{tg} \alpha$.

- ג. חשב את גודל הזווית α שעבורה שטח המשולש BFC גדול פי 3 משטח המשולש BEF .
- ד. עבור $\alpha = 30^\circ$, בטא באמצעות R את אורכו של הקטע BD .

אנליזה

4. נתונות הפונקציות: $f(x) = 2 \cos^2 2x$ ו- $g(x) = \cos 4x + 2$.

א. התאם לכל אחת מהפונקציות הנתונות את הגרף המתאים לה מבין הגרפים להלן:



ב. הוכח: $g(x) = f(x) + c$, ומצא את ערכו של c .

- ג. בכמה גדול $\int_0^\pi g(x) dx$ מ- $\int_0^\pi f(x) dx$? נמק. (אין צורך לחשב את ערכי שני האינטגרלים).
- ד. חשב את נפח גוף הסיבוב שנוצר מסיבוב סביב ציר x של גרף הפונקציה $\sqrt{f(x)}$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

תשובות

3. א. $\angle BEF = 180^\circ - 2\alpha$ ג. $\alpha = 30^\circ$ ד. $BD = R\sqrt{\frac{7}{3}} = 1.53 R$ (יחידות אורך)

4. א. $IV \leftrightarrow g$, $II \leftrightarrow f$ ב. $c = 1$ ג. π ד. $V = \frac{2}{\pi}$ (יחידות קוב)

5. נתונות הפונקציות $f(x) = \frac{\sin x}{g(x)}$, $a > 0$, $g(x) = 1 + \cos ax$.
 המרחק בין שתי נקודות חיתוך סמוכות של $g(x)$ עם ציר x הוא π .
 א. מצא את ערכו של a .
 הצב את הערך של a שמצאת וחקור את הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq 3\pi$.
 ב. ציין את: - נקודות חיתוך עם הצירים.
 - אסימפטוטות מקבילות לצירים (אם יש).
 - תחומי עליה וירידה ונקודות קיצון (אם יש).
 ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ד. הוסף לאותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $h(x) = \sqrt{f(x)}$.
 התייחס לתחום ההגדרה של $h(x)$.

6. (דומה לשאלה 5.) נתונות הפונקציות $f(x) = \frac{\sin x}{(1 + \cos ax)^2}$, $a > 0$, $g(x) = 1 + \cos ax$.
 המרחק בין שתי נקודות חיתוך סמוכות של $g(x)$ עם ציר x הוא π .
 א. מצא את ערכו של a .
 הצב את הערך של a שמצאת וחקור את הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq 3\pi$:
 ב. הוכח כי $f'(x) = \frac{1+3 \sin^2 x}{4 \cos^5 x}$.
 ג. ציין את: - נקודות חיתוך עם הצירים.
 - אסימפטוטות מקבילות לצירים (אם יש).
 - תחומי עליה וירידה ונקודות קיצון (אם יש).
 ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ה. חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ציר x והישר $x = \frac{\pi}{4}$.

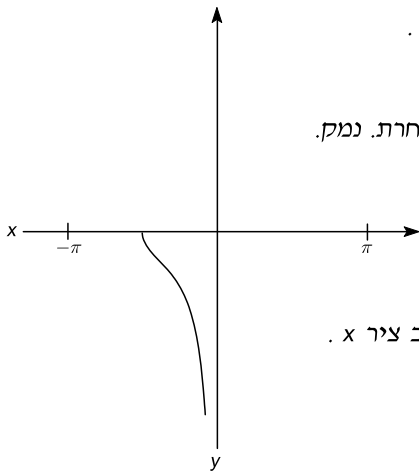
תשובות

5. א. $a = 2$

- ב. חיתוך: $(\pm\pi, 0)$, $(0, 0)$, $(2\pi, 0)$, $(3\pi, 0)$, אסימפטוטות: $x = \pm\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3\pi}{2}$, $x = \frac{5\pi}{2}$.
 ↓: $(-\pi < x < -\frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}) \cup (\frac{5\pi}{2} < x < 3\pi)$, ↑: $(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{3\pi}{2} < x < \frac{5\pi}{2})$
 קיצון: $\max_{ep.}(-\pi, 0)$, $\min_{ep.}(3\pi, 0)$

6. א. $a = 2$

- ג. חיתוך: $(\pm\pi, 0)$, $(0, 0)$, $(2\pi, 0)$, $(3\pi, 0)$, אסימפטוטות: $x = \pm\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3\pi}{2}$, $x = \frac{5\pi}{2}$.
 ↓: $(-\pi < x < -\frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}) \cup (\frac{5\pi}{2} < x < 3\pi)$, ↑: $(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{3\pi}{2} < x < \frac{5\pi}{2})$
 קיצון: $\max_{ep.}(-\pi, 0)$, $\min_{ep.}(3\pi, 0)$. ה. $S = \frac{1}{3\sqrt{2}} - \frac{1}{12} = 0.1524$ (יחידה ריבועית)

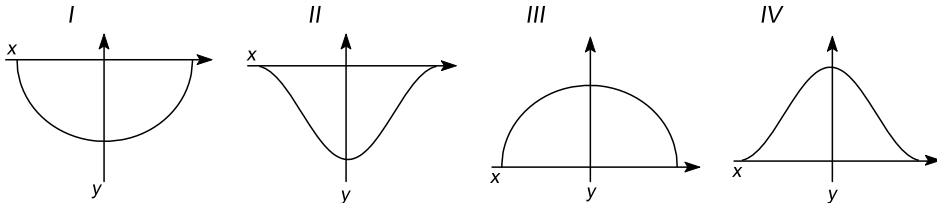


7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{\cos x}}{\sin x}$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 (2) קבע האם הפונקציה זוגית או אי־זוגית או אחרת. נמק.
 ב. בציור מתואר גרף הפונקציה בחלק מהתחום. השלם את ציור הגרף לכל התחום הנתון.
 ג. השטח המוגבל על־ידי גרף הפונקציה, על־ידי ציר x ועל־ידי הישר $x = \frac{\pi}{4}$ מסתובב סביב ציר x . חשב את נפח גוף הסיבוב הנוצר באופן זה.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{k^2 - x^2}$, $k > 0$.

א. איזה מבין הגרפים שלהלן מתאים לגרף הפונקציה $f(x)$? נמק.



- ב. מנקודה A , מימין לציר y שעל גרף הפונקציה $f(x)$, מעבירים אנכים לצירים. האנך לציר x חותך את הציר בנקודה B . האנך לציר y חותך את הציר בנקודה C . הנקודה O היא ראשית הצירים.

(1) מצא את שיעורי A שעבורה שטח המרובע $ABOC$ שנוצר באופן זה הינו מקסימלי. בטא באמצעות k .

(2) נתון כי השטח המקסימלי של המרובע $ABOC$ הוא 2 יח' ריבועיות.

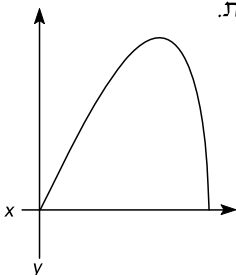
מצא את ערכו של k .

(3) הגרף הנתון מתאר את פונקצית השטח של המרובעים $ABOC$

כש A מימין לציר y .

סרטט גרף שיתאר את פונקצית השטח של המרובעים $ABOC$,

כאשר A משמאל לציר y . נמק.



תשובות

7. א. (1) $(-\frac{\pi}{2} \leq x < 0) \cup (0 < x \leq \frac{\pi}{2})$ (2) אי־זוגית ג. $V = (\sqrt{2} - 1)\pi = 1.3013$ (יחידות קוב)

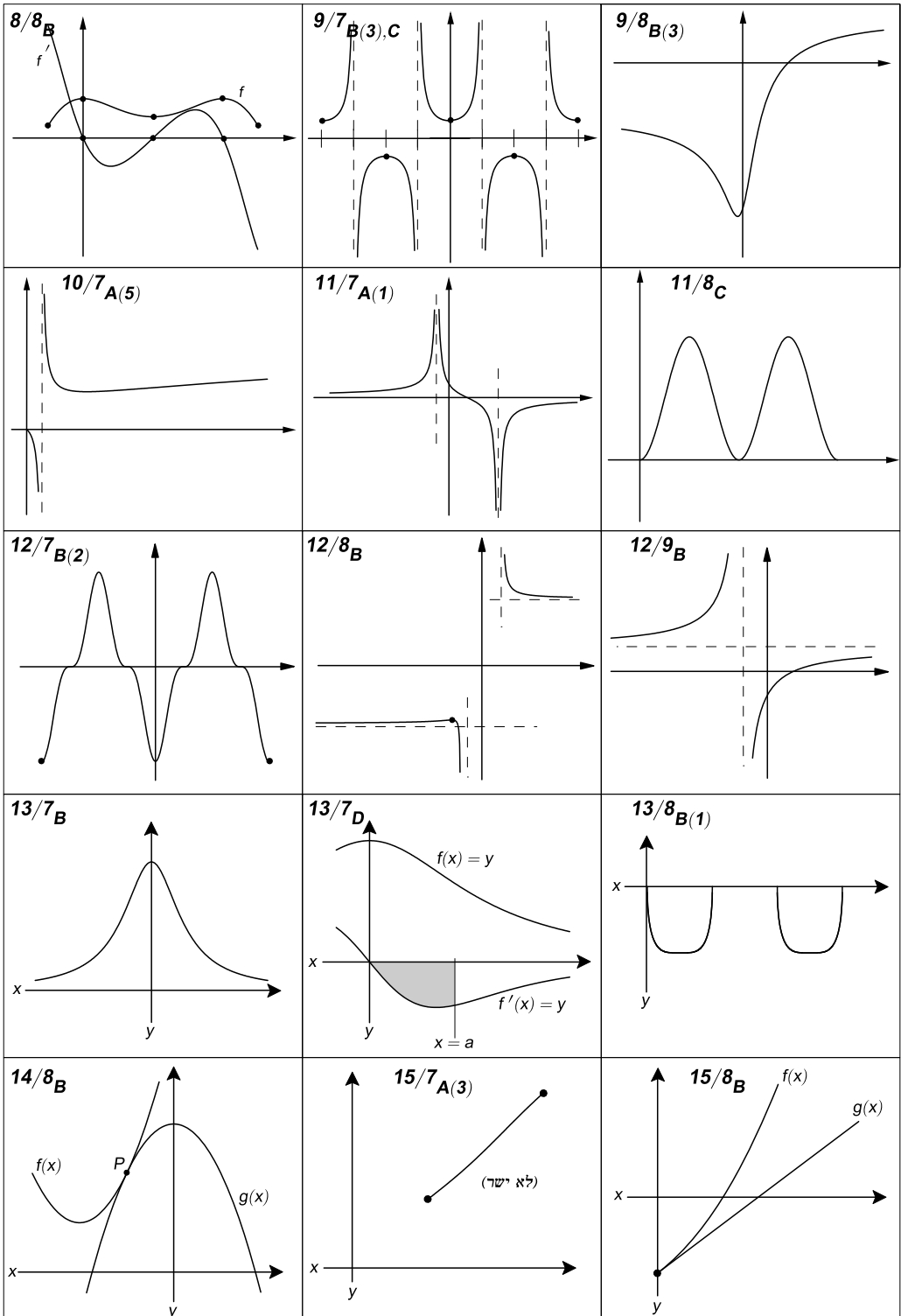
8. א. III (1) ב. $A(\frac{k}{\sqrt{2}}, \frac{k}{\sqrt{2}})$ (2) $k = 2$

תשובות

<p>2/8_F</p>	<p>2/8_G</p>	<p>3/7_B</p>
<p>4/7_{B(2)}</p>	<p>4/7_C</p>	<p>4/8_{C(1,2)}</p>
<p>5/7_{A(4)}</p>	<p>5/7_{B(2)}</p>	<p>5/9_C</p>
<p>6/7_C</p>	<p>6/8_E</p>	<p>6/9_D</p>
<p>7/7_B</p>	<p>7/9_{A(4)}</p>	<p>8/7_B</p>

סוודר: זה מה שלובשים כשלאמא קר.

תשובות



איננו מפסיקים לשחק כי אנחנו מתבגרים. אנחנו מתבגרים כי אנחנו מפסיקים לשחק.

תשובות

<p>16/7_{A(3)}</p>	<p>17/7_{B(4)}</p>	<p>17/8_A</p>	
<p>18/6_C</p>	<p>18/7_B</p>	<p>18/7_B</p>	
<p>19/6_{B(3)}</p>	<p>19/7_{B(2)}</p>	<p>19/8_{C(1)}</p>	
<p>20/6_e</p>	<p>21/7_b</p>	<p>22/6_b</p>	
<p>22/7_{a(5)}</p>	<p>22/8_{c(1)}</p>	<p>22/8_{c(2)}</p>	<p>22/8_{c(3)}</p>

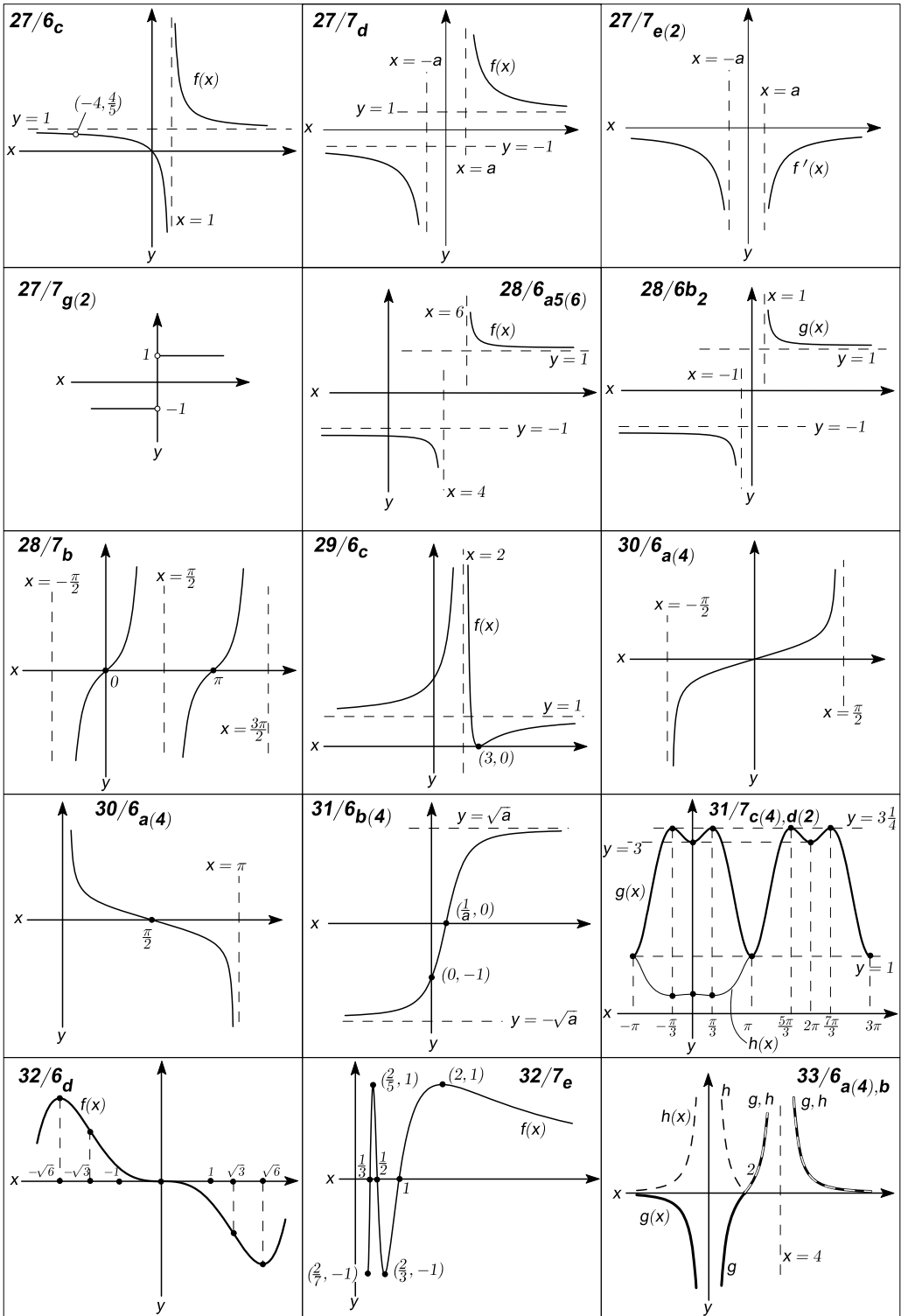
ניסיתי להקליד את שיר המעלות במחשב ויצא לי ג'יבריש. כנראה המחשב היה על רדיאנים. (נועם פרינץ)

תשובות

<p>23/6_{a(4)}</p>	<p>23/6_{b(2)}</p> <p>$a = 2$</p>	<p>$a = -2$</p>
<p>23/7_{b(5)}</p>	<p>23/7_{b(6)}</p>	<p>23/8_a</p>
<p>23/8_d</p>	<p>24/6_b</p>	<p>24/6_c</p>
<p>25/6_b</p>	<p>25/6_{c(2)}</p>	<p>25/8_{d(3)}</p>
<p>26/6_{b(2)}</p>	<p>26/7_{a(1)}</p>	<p>26/7_{a(2)}</p>

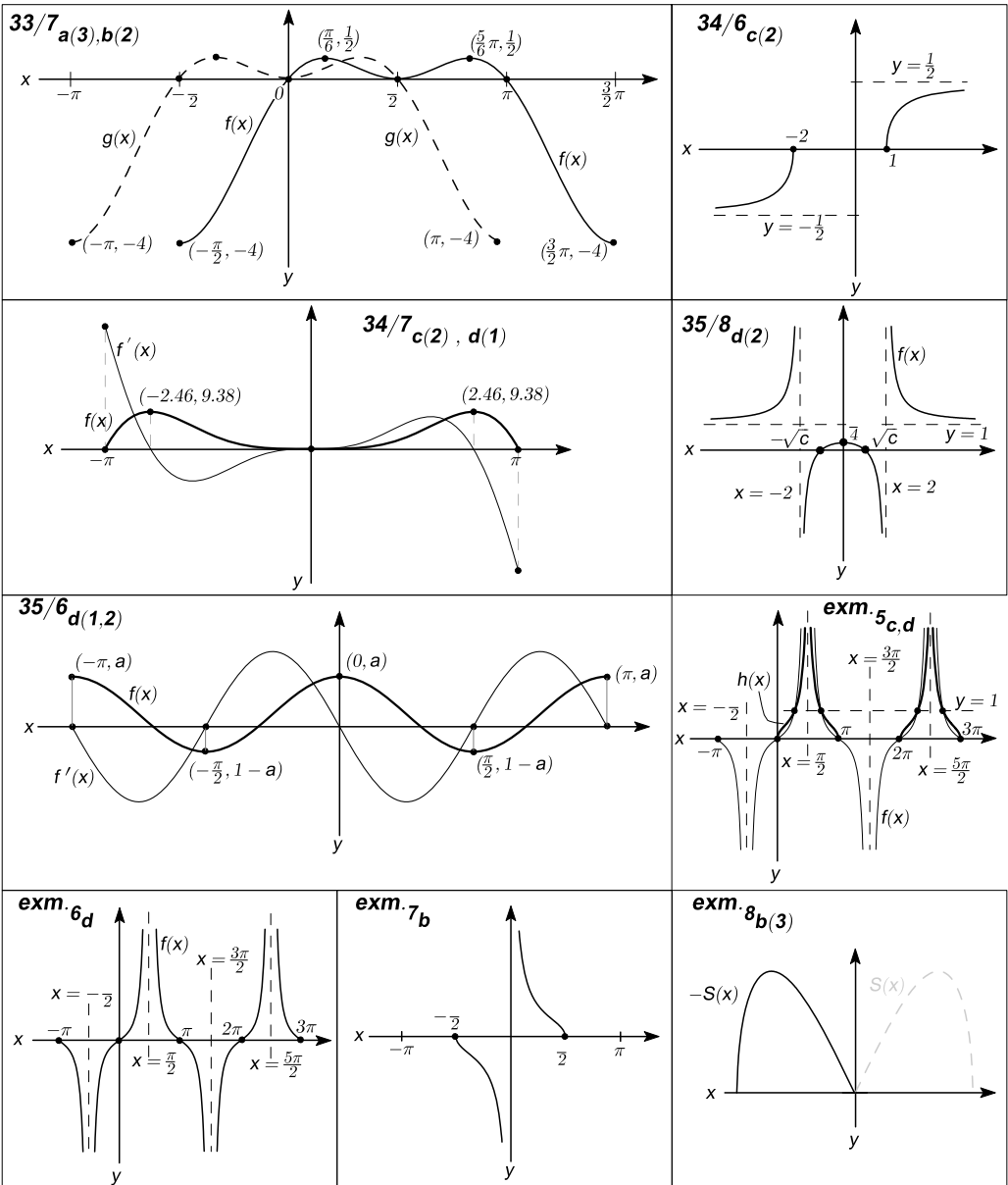
תרגם לעברית: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \text{sky}$. תשובה (בצופן א"ת ב"ש). צניממי צי צרשפכ.

תשובות

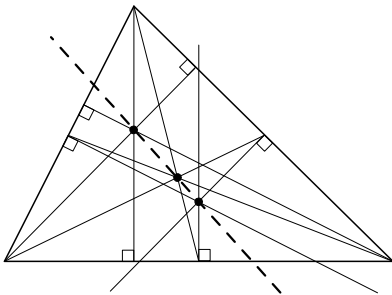


מי שמייחס תכונות מיסטיות לביצה שצבעה סגול, הרי שלגביו זו 'סגולה סגולה סגולה'.

תולות



קו אוילר



נקודת החיתוך של התיכונים במשולש,
 נקודת החיתוך של הגבהים במשולש,
 ונקודת החיתוך של האנכים האמצעיים במשולש -
 נמצאים על קו אחד.
 תכונה זו התגלתה על-ידי אחד המתמטיקאים הרגולים,
ליאונרד אוילר (Leonhard Euler, 1707-1783).

סיווג שאלות המבחנים - חלק א

סוגריים מרובעים - מספר העמוד, שאר המספרים - מספרי השאלות. את הסיווג הכין שרון חיים.

		בעיות מילוליות	
		בעיות תנועה [9]	
4, 13, 26, 49	בעיות מעשיות כללי	- רכב/הלך אחד (או יותר) בהלך	2, 4, 5, 8, 13, 15, 16, 18, 24, 25, 27, 31, 34, 35, 38, 39, 40, 42, 45, 47, 48, 50, 51, 52, 55, 57
7, 11, 33, 35	גאומטריה	- רכב/הלך אחד (או יותר) בהלך וחזור	11
9, 48, 57	קנייה ומכירה	- שני רכבים/הלכים הנעים אחד מול השני	1, 6, 7, 12, 17, 19, 21, 22, 23, 26, 28, 29, 32, 33, 37, 43, 44, 46, 53, 54, 56
10, 44	עבודה	- מסלול עגול	36
14, 45, 56	תנועה	- שייט עם/נגד כיוון הזרם	3, 14, 20, 30, 41
	סדרה הנדסית [41]	- אי-שוויון	38, 55, 57
8, 12, 15, 20	- נוסחה האיבר הכללי ונוסחת סכום הסדרה	- הבעה באמצעות פרמטר	30, 57
	הוכחת סדרה הנדסית ו/או תכונותיה	- עם אחוזים	4, 15, 53, 56
3, 4, 5, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 16	- סדרה יורדת/עולה	- משפט פיתגורס	9, 10, 49, 58
7	- איברים עוקבים	בעיות הספק [24]	
19	- איברים במקומות זוגיים/אי-זוגיים	- כללי	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 16
1, 5, 9, 23	- איברים/סכומים חיוביים/שליליים	- עם אחוזים	13, 14, 17
18, 26	- סימנים מתחלפים/היפוך סימנים	- אי-שוויון	15
9, 18	- סדרה בת 2n איברים	- הבעה באמצעות פרמטר	15
1, 5, 9, 23	- סכום איברים אחרונים	סדרה חשבונית [29]	
10, 18	- שתי סדרות (a_n, b_n)	- נוסחה האיבר הכללי ונוסחת סכום הסדרה	1, 8, 19, 27, 28, 30, 34, 36, 50
11, 22, 25	- בניית סדרה חדשה מסדרה נתונה	- הוכחת סדרה חשבונית ו/או תכונותיה	2, 12, 18, 19, 21, 23, 24, 32, 37, 51, 52, 54
11, 19, 22, 25, 26	- אי-שוויון	- סדרה יורדת/עולה	16, 41
3	- הבעה באמצעות פרמטר	- איברים עוקבים	3, 19, 37
10, 17, 25, 26	- בעיות מעשיות עבודה	- איבר אמצעי	32
2, 21, 24	סדרה הנדסית אינסופית יורדת [47]	- איברים במקומות זוגיים/אי-זוגיים	5, 32, 38, 42, 51, 53, 54
	- נוסחת סכום הסדרה	- איברים/סכומים חיוביים/שליליים	3, 5, 16, 20, 28, 41, 43, 55
3, 6	- הוכחת סדרה הנדסית אינסופית יורדת	- סימנים מתחלפים/היפוך סימנים	24, 38, 53
5, 9	- איברים במקומות זוגיים/אי-זוגיים	- סדרה בת 2n איברים	6, 15, 17, 24, 39, 47, 54
2, 4, 8, 13, 14, 16	- איברים/סכומים חיוביים/שליליים	- סדרה בת 3n איברים	39, 40
5, 6, 8, 9, 11, 15	- שתי סדרות (a_n, b_n)	- סכום איברים אחרונים	6, 47
10	- סימנים מתחלפים/היפוך סימנים	- שתי סדרות (a_n, b_n)	52
7	- ריבועי האיברים	- סדרות מתלכדות	22
1	- סכום ריבועי האיברים	- סדרת ההפרשים/הפרשי איברים וסדרות	1, 22, 25, 29
14, 17	- עם סדרה חשבונית	- חלוקה לקבוצות	18, 21, 23, 27
17	- בניית סדרה חדשה מסדרה נתונה	- ערך מוחלט	24, 38
5, 9, 12, 14, 15	- הבעה באמצעות פרמטר	- אי-שוויון	29
11, 12, 15		- איבר המסתיים בספרה מסוימת	50
		- חלוקה במספר טבעי	55
		- מחיקת איברים	31, 46, 54
		- הבעה באמצעות פרמטר	38, 42, 46

סיווג שאלות המבחנים - חלק ב

פענוח הרישום: שאלה/מבחן. דוגמה: 38/4 - מבחן 38 שאלה 4. את הסיווג הכין שרון חיים.

	בעיות מילוליות	בעיות תנועה	בעיות תנועה
	רכבה/הלך אחד בהלוך וחזר		סדרה הנדסית - הוכחת סדרה הנדסית
15/2, 24/2			
24/2	שני רכבים/הלכים הנעים באותו כיוון		- סדרה עולה 7/1
28/2	שני רכבים/הלכים הנעים אחד מול השני		- איברים/סכומים חיוביים/שליליים 1/1, 13/1, 17/1, 25/1, 28/1
24/2	שני רכבים/הלכים הנעים באותו כיוון וגם אחד מול השני		- בניית סדרה חדשה מסדרה נתונה 4/1, 9/1, 10/1, 12/1, 20/1, 24/1, 31/1
29/2	שלושה רכבים/הלכים		- סכום ריבועי האיברים 23/1
28/2	מסלול משולש		- אי-שוויון 6/1, 18/1, 22/1
	שייט עם/נגד כיוון הזרם		35/1
16/2, 22/2	אי-שוויון		סדרה הנדסית אינסופית יורדת - הוכחת סדרה הנדסית אינסופית יורדת
31/2	הבעה באמצעות פרמטר		5/1, 16/1, 29/1
22/2	משפט פיתגורס		- סדרה יורדת/עולה 1/1, 6/1, 12/1, 13/1
15/2, 16/2			- איברים/סכומים חיוביים/שליליים 1/1, 6/1, 9/1, 13/1, 31/1
16/2			- סימנים מתחלפים/היפוך סימנים 2/1
8/2	עם אחוזים		- סכום איברים אחרונים 8/1, 11/1, 15/1, 26/1, 30/1, 34/1
22/2	אי-שוויון		- סכום כל האיברים שאחרי איבר נתון 3/1, 14/1, 19/1, 21/1
15/2, 31/2, 34/2	הבעה באמצעות פרמטר		- שתי סדרות (a_n, b_n) 11/1
			סדרה כללית - כסדרה חשבונית
14/2			
15/2, 28/2, 29/2			- כסדרה הנדסית 13/2b
15/2			- סדרת סכומים 19/2, 20/2
29/2			- סכום ריבועי האיברים 33/2
15/2			- אי-שוויון 18/2, 20/2, 26/2, 30/2
29/2			- הבעה באמצעות פרמטר 33/2
10/2b, 25/2d			סדרות נסיגה
6/2, 21/2, 35/2			- כסדרה חשבונית 33/2
23/2, 27/2			- כסדרה הנדסית 30/2
6/2			- סדרה יורדת 4/2, 18/2, 19/2, 20/2, 26/2, 33/2
21/2, 35/2			- מחיקת איברים 20/2
21/2, 23/2			- סדרה בת 3 איברים 17/2
25/2			- סכום איברים אחרונים 17/2
6/2, 10/2b			- סדרת סכומים חלקיים 25/2
			- הפרש ריבועי האיברים 18/2, 19/2
			- אי-שוויון 19/2, 30/2
			- הבעה באמצעות פרמטר 4/2, 5/2, 13/2b, 19/2, 26/2, 33/2

ב'הארי פוטר ואבן החכמים' מופיע דר-השיח הבא. בין הארי פוטר לפרופסור דמפלדור, מנהל ביה"ס לקוסמים:
 - "אדוני, אני יכול לשאול אותך שאלה?" - "נראה שכן, הרגע עשית זאת" . . .

חשבון דיפרנציאלי - מיון לפי סוג הפונקציה	
פונקציה פולינומיאלית	
- חקירת פונקציה, עם פרמטר	6/7a-d, 14/8a-c, 15/8, 22/8, 29/7
- הבעה באמצעות פרמטר	6/7, 14/8, 22/8
- הקשר בין גרף הנגזרת לגרף הפונקציה	15/8, 32/6
- התאמת פונקציה לגרף (קו תחתי-התאמת נגזרת הפונקציה לגרף)	29/7, 32/6
- בעיות ערך קיצון גרפים	11/9, 28/8, 29/7
פונקציה רציונאלית	
- חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות	2/8, 3/7, 5/7, 7/7, 12/9a-b, 13/7a-c, 16/7a, 18/7, 22/7a-b, 25/8, 27/6a-d, 29/6, 30/7, 35/8
- חקירת פונקציה, עם פרמטר	3/7, 7/7, 8/7, 11/7, 13/7a-c, 16/7a, 29/6, 30/7, 35/8
- הבעה באמצעות פרמטר	2/8, 3/7, 7/7, 12/9, 13/7, 16/7, 29/6, 30/7, 31/6
- הקשר בין גרף הנגזרת לגרף הפונקציה	3/7, 5/7, 11/7, 12/9, 13/7, 17/8, 25/8
- התאמת פונקציה לגרף (קו תחתי-התאמת נגזרת הפונקציה לגרף)	25/8, 30/7, 35/8
- בעיות ערך קיצון גאומטריה	31/8
- גרפים	24/8, 30/8, 32/8
פונקציה שורש	
- חקירת פונקציה, ללא אסימפטוטות וולא פרמטר	7/8a-b, 9/8a-b, 16/9, 18/6, 19/7
- חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות	4/9a-d, 5/9a-c, 6/8a-e, 8/7, 10/7, 12/8a-b, 17/7, 21/7, 23/7, 24/7a-b, 27/7a-e, 28/6a-b, 31/6a-b
- חקירת פונקציה, עם פרמטר	14/9, 17/7a-b, 20/8a-b, 25/7a-b, 27/7, 31/6a-b
- הבעה באמצעות פרמטר	8/7, 16/9, 17/7, 27/7
- הקשר בין גרף הנגזרת לגרף הפונקציה	4/9, 9/8, 10/7, 18/7, 23/7, 27/7
- התאמת פונקציה לגרף (קו תחתי-התאמת נגזרת הפונקציה לגרף)	9/8, 18/6
- בעיות ערך קיצון תנועה	15/9
- גאומטריה	1/9, 8/9, 10/9, 13/9, 20/7, 26/8, 35/7
- גרפים	2/9, 3/9
פונקציה טריגונומטרית	
- חקירת פונקציה, ללא אסימפטוטות וולא פרמטר	1/8a-b, 4/8a-b, 8/8a-b, 11/8a-d, 12/7, 13/8, 14/7a-b, 15/7, 17/6, 23/6, 25/6, 31/7, 33/7a-b, 34/7
- חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות	3/8a-c, 7/9a, 9/7a-c+e, 19/6, 20/6, 22/6a-b, 26/6a-b, 28/7a-b, 30/6a-b, 32/7
- חקירת פונקציה, עם פרמטר	4/8d, 10/8a, 20/6, 24/6a-c, 35/6
- הבעה באמצעות פרמטר	24/6
- הקשר בין גרף הנגזרת לגרף הפונקציה	4/8, 8/8, 22/6, 24/6, 25/6, 34/7, 35/6
- בעיות ערך קיצון גאומטריה	16/8, 18/8, 27/8, 33/8
- גרפים	6/9, 14/7, 18/6, 19/6, 21/6

חשבון דיפרנציאלי - מיון לפי נושאים	
חקירת פונקציה, ללא אסימפטוטות וולא פרמטר	
- פונקציית שורש	7/8a-b, 9/8a-b, 16/9, 18/6, 19/7
- פונקציה טריגונומטרית	1/8a-b, 4/8a-b, 8/8a-b, 11/8a-d, 12/7, 13/8, 14/7a-b, 15/7, 17/6, 23/6, 25/6, 31/7, 33/7a-b, 34/7
חקירת פונקציה, עם אסימפטוטות	
- פונקציה רציונאלית	2/8, 3/7, 5/7, 7/7, 12/9a-b, 13/7a-c, 16/7a, 18/7, 22/7a-b, 25/8, 27/6a-d, 29/6, 30/7, 35/8
- פונקציית שורש	4/9a-d, 5/9a-c, 6/8a-e, 8/7, 10/7, 12/8a-b, 17/7, 21/7, 23/7, 24/7a-b, 27/7a-e, 28/6a-b, 31/6a-b
- פונקציה טריגונומטרית	3/8a-c, 7/9a, 9/7a-c+e, 19/6, 20/6, 22/6a-b, 26/6a-b, 28/7a-b, 30/6a-b, 32/7
חקירת פונקציה, עם פרמטר	
- פונקציה פולינומיאלית	6/7a-d, 14/8a-c, 15/8, 22/8, 29/7
- פונקציה רציונאלית	3/7, 7/7, 8/7, 11/7, 13/7a-c, 16/7a, 29/6, 30/7, 35/8
- פונקציית שורש	14/9, 17/7a-b, 20/8a-b, 25/7a-b, 27/7, 31/6a-b
- פונקציה טריגונומטרית	4/8d, 10/8a, 20/6, 24/6a-c, 35/6
הבעה באמצעות פרמטר	
- פונקציה פולינומיאלית	6/7, 14/8, 22/8
- פונקציה רציונאלית	2/8, 3/7, 7/7, 12/9, 13/7, 16/7, 29/6, 30/7, 31/6
- פונקציית שורש	8/7, 16/9, 17/7, 27/7
- פונקציה טריגונומטרית	24/6
הקשר בין גרף הנגזרת לגרף הפונקציה	
- על סמך גרף הפונקציה	1/7, 16/9, 23/8, 26/7
- פונקציה פולינומיאלית	15/8, 32/6
- פונקציה רציונאלית	3/7, 5/7, 11/7, 12/9, 13/7, 17/8, 25/8
- פונקציית שורש	4/9, 9/8, 10/7, 18/7, 23/7, 27/7
- פונקציה טריגונומטרית	4/8, 8/8, 22/6, 24/6, 25/6, 34/7, 35/6
התאמת פונקציה לגרף (קו תחתי-התאמת נגזרת הפונקציה לגרף)	
- על סמך גרף הפונקציה	1/7
- פונקציה פולינומיאלית	29/7, 32/6
- פונקציה רציונאלית	25/8, 30/7, 35/8
- פונקציית שורש	9/8, 18/6
בעיות ערך קיצון תנועה	
- פונקציית שורש	15/9
גאומטריה	
- פונקציה רציונאלית	31/8
- פונקציית שורש	1/9, 8/9, 10/9, 13/9, 20/7, 26/8, 35/7
- פונקציה טריגונומטרית	16/8, 18/8, 27/8, 33/8
גרפים	
- פונקציה פולינומיאלית	11/9, 28/8, 29/7
- פונקציה רציונאלית	24/8, 30/8, 32/8
- פונקציית שורש	2/9, 3/9
- פונקציה טריגונומטרית	6/9, 14/7, 18/6, 19/6, 21/6

המשפטים בגאומטריה

1. זווית צמודות משלימות זו את זו ל- 180° .
2. זווית קודקודיות שוות זו לזו.
3. במשולש, מול זווית שוות מונחת צלעות שוות.
4. במשולש שווה-שוקיים, זווית הבסיס שוות זו לזו.
5. סכום כל שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית.
6. במשולש שווה-שוקיים, חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס מתלכדים.
7. אם במשולש חוצה זווית הוא גובה, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
8. אם במשולש חוצה זווית הוא תיכון, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
9. אם במשולש גובה הוא תיכון, אז המשולש הוא שווה-שוקיים.
10. במשולש (שאינו שווה-צלעות), מול הצלע הגדולה יותר מונחת זווית גדולה יותר.
11. במשולש (שאינו שווה-זוויות), מול הזווית הגדולה יותר מונחת צלע גדולה יותר.
12. סכום הזוויות של משולש הוא 180° .
13. זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.
14. קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.
15. ישר החוצה צלע אחת במשולש ומקביל לצלע שניה, חוצה את הצלע השלישית.
16. קטע שקצותיו על שתי צלעות משולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים.
17. משפט חפיפה צלע-זווית-צלע.
18. משפט חפיפה זווית-צלע-זווית.
19. משפט חפיפה צלע-צלע-צלע.
20. משפט חפיפה רביעי: שתי צלעות והזווית שמול הצלע שמול הצלע הגדולה מבין שתי הצלעות.
21. האלכסון הראשי בדרגון חוצה את זווית הראש, חוצה את האלכסון המשני ומאונך לו.
22. שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי: אם יש זוג זוויות מתאימות שוות, אז שני הישרים מקבילים.
23. שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי: אם יש זוג זוויות מתחלפות שוות, אז שני הישרים מקבילים.
24. שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי: אם סכום זוג זוויות חר-צדדיות הוא 180° אז שני הישרים מקבילים.
25. אם שני ישרים מקבילים נחתכים על ידי ישר שלישי, אז:
 - א. כל שתי זוויות מתאימות שוות זו לזו.
 - ב. כל שתי זוויות מתחלפות שוות זו לזו.
 - ג. סכום כל זוג זוויות חר-צדדיות הוא 180° .
26. במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו.
27. במקבילית כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.
28. במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.
29. מרובע שבו כל זוג זוויות נגדיות שוות הוא מקבילית.
30. מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו הוא מקבילית.
31. מרובע שבו זוג צלעות מקבילות ושוות הוא מקבילית.
32. מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה הוא מקבילית.
33. במעוין האלכסונים חוצים את הזוויות.
34. מקבילית שבה אלכסון הוא חוצה זווית היא מעוין.
35. במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.
36. מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.

מדוע טנגנס עושה הכל לבר? כי הוא אינו צריך את היתר.

37. אלכסוני מלבן שווים זה לזה.
38. מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה היא מלבן.
39. בטרפז שווה שוקיים הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו.
40. טרפז בו הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו הוא שווה שוקיים.
41. בטרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.
42. טרפז בו האלכסונים שווים זה לזה הוא טרפז שווה שוקיים.
43. קטע האמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.
44. בטרפז, ישר החוצה שוק אחת ומקביל לבסיסים, חוצה את השוק השניה.
45. שלושת התיכונים במשולש נחתכים בנקודה אחת.
46. נקודת חיתוך התיכונים מחלקת כל תיכון ביחס 1 : 2 (החלק הקרוב לקודקוד גדול פי 2 מהחלק האחר).
47. כל נקודה על חוצה זווית נמצאת במרחקים שווים משוקי זווית זו.
48. אם נקודה נמצאת במרחקים שווים משני שוקי זווית, אז היא נמצאת על חוצה הזווית.
49. שלושת חוצי הזווית של משולש נחתכים בנקודה אחת, שהיא מרכז המעגל החסום במשולש.
50. בכל משולש אפשר לחסום מעגל.
51. כל נקודה הנמצאת על האנך האמצעי של קטע, נמצאת במרחקים שווים מקצות הקטע.
52. כל נקודה הנמצאת במרחקים שווים מקצות קטע, נמצאת על האנך האמצעי לקטע.
53. כל משולש ניתן לחסום במעגל.
54. במשולש, שלושת האנכים האמצעיים נחתכים בנקודה אחת, שהיא מרכז המעגל החסום את המשולש.
55. שלושת הגבהים במשולש נחתכים בנקודה אחת.
56. ניתן לחסום מרובע במעגל, אם ורק אם, סכום זוג זוויות נגדיות שווה ל- 180° .
57. מרובע קמור חוסם מעגל, אם ורק אם, סכום שתי צלעות נגדיות שווה לסכום שתי הצלעות הנגדיות האחרות.
58. כל מצולע משוכלל אפשר לחסום במעגל.
59. בכל מצולע משוכלל אפשר לחסום מעגל.
60. דרך כל שלוש נקודות שאינן על ישר אחד עובר מעגל אחד ויחיד.
61. במעגל, שתי זוויות מרכזיות שוות זו לזו, אם ורק אם, שתי הקשתות המתאימות להן שוות זו לזו.
62. במעגל, שתי זוויות מרכזיות שוות זו לזו, אם ורק אם, שני המיתרים המתאימים להן שווים זה לזה.
63. במעגל, מיתרים שווים זה לזה אם ורק אם שתי הקשתות המתאימות להם שוות זו לזו.
64. מיתרים השווים זה לזה נמצאים במרחקים שווים ממרכז המעגל.
65. מיתרים במעגל אחד הנמצאים במרחקים שווים ממרכזו שווים זה לזה.
66. במעגל, אם מרחקו של מיתר ממרכז המעגל קטן יותר ממרחקו של מיתר אחר, אז מיתר זה ארוך יותר מהמיתר האחר.
67. האנך ממרכז המעגל למיתר חוצה את המיתר, חוצה את הזווית המרכזית המתאימה למיתר, וחוצה את הקשת המתאימה למיתר.
68. קטע ממרכז המעגל החוצה את המיתר מאונך למיתר.
69. במעגל, זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת.
70. במעגל, לזוויות היקפיות שוות קשתות שוות ומיתרים שווים.
71. במעגל, לקשתות שוות מתאימות זוויות היקפיות שוות.
72. במעגל, כל הזוויות ההיקפיות הנשענות על מיתר מאותו צד של המיתר, שוות זו לזו.
73. זווית היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה (90°).
74. זווית היקפית בת 90° נשענת על קוטר.
75. במעגל, זווית פנימית שווה למחצית סכום שתי הקשתות הכלואות בין שוקי הזווית ובין המשכיין.

76. במעגל, זווית חיצונית שווה למחצית הפרש שתי הקשתות הכלואות בין שוקי הזווית ובין המשכיהן.
77. המשיק למעגל מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה.
78. ישר המאונך לרדיוס בקצהו הוא משיק למעגל.
79. זווית בין משיק ומיתר שווה לזווית ההיקפית הנשענת על מיתר זה מצידו השני.
80. שני משיקים למעגל היוצאים מאותה נקודה שווים זה לזה.
81. קטע המחבר את מרכז המעגל לנקודה ממנה יוצאים שני משיקים למעגל, חוצה את הזווית שבין המשיקים.
82. קטע המרכזים של שני מעגלים נחתכים, חוצה את המיתר המשותף ומאונך לו.
83. נקודת ההשקה של שני מעגלים המשיקים זה לזה, נמצא על קטע המרכזים או על המשכו.
84. משפט פיתגורס: במשולש ישר זווית, סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר.
85. משפט פיתגורס ההפוך: משולש בו סכום ריבועי שתי צלעות שווה לריבוע הצלע השלישית הוא ישר זווית.
86. במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר.
87. משולש, בו התיכון שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה, הוא משולש ישר זווית.
88. אם במשולש ישר-זווית, זווית חדה של 30° , או הניצב מול זווית זו שווה למחצית היתר.
89. אם במשולש ישר זווית ניצב שווה למחצית היתר, או מול ניצב זה זווית שגודלה 30° .
90. משפט תאלס: שני ישרים מקבילים החותכים שוקי זווית, מקצים עליהן קטעים פרופורציוניים.
91. משפט תאלס המורחב:
- ישר המקביל לאחת מצלעות המשולש, חותך את שתי הצלעות האחרות או את המשכיהן בקטעים פרופורציוניים.
92. משפט הפוך למשפט תאלס: שני ישרים המקצים על שוקי זווית ארבעה קטעים פרופורציוניים, הם ישרים מקבילים.
93. חוצה זווית פנימית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית לשני קטעים אשר היחס ביניהם שווה ליחס הצלעות הכולאות את הזווית בהתאמה.
94. ישר העובר דרך קדקוד משולש ומחלק את הצלע שמול קדקוד זה חלוקה פנימית, ביחס של שתי הצלעות האחרות (בהתאמה).
- חוצה את זווית המשולש שדרך קדקודה הוא עובר.
95. משפט דמיון צלע-זווית-צלע
96. משפט דמיון זווית-זווית
97. משפט דמיון צלע-צלע-צלע
98. במשולשים דומים: א. יחס גבהים מתאימים שווה ליחס הרמיון.
 ב. יחס חוצי זוויות מתאימות שווה ליחס הרמיון.
 ג. יחס תיכונים מתאימים שווה ליחס הרמיון.
 ד. יחס ההיקפים שווה ליחס הרמיון.
 ה. יחס הרדיוסים של המעגלים החוסמים שווה ליחס הרמיון.
 ו. יחס הרדיוסים של המעגלים החסומים שווה ליחס הרמיון.
 ז. יחס השטחים שווה לריבוע יחס הרמיון.
99. אם במעגל שני מיתרים נחתכים, או מכפלת קטעי מיתר אחד שווה למכפלת קטעי המיתר השני. (101-99 לחמש יחידות בלבד)
100. אם מנקודה מחוץ למעגל יוצאים שני חותכים, או מכפלת חותך אחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת החותך השני בחלקו החיצוני.
101. אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק, או מכפלת החותך בחלקו החיצוני שווה לריבוע המשיק.
102. במשולש ישר זווית, הניצב הוא ממוצע הנדסי של היתר והיטל ניצב זה על היתר.
103. הגובה ליתר במשולש ישר זווית, הוא ממוצע הנדסי של היטלי הניצבים על היתר.
104. סכום הזוויות הפנימיות של מצולע קמור הוא $(n - 2) \cdot 180^\circ$.

מהפך של 360 מעלות

(טעות נפוצה, חפשו ברשת. מיוחסת להרבה אישים)

נוסחאות הבגרות לחמש יחידות

אלגברה

- נוסחאות הכפל המקוצר: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

- משוואה ריבועית: $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, השורשים: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

- סדרות:

סדרה הנרסית	סדרה חשבונית	
$a_1 = a$, $a_{n+1} = a_n \cdot q$	$a_1 = a$, $a_{n+1} = a_n + d$	כלל נסיגה
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n - 1)d$	האיבר ה-n
$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$ סכום אינסופי: $S = \frac{a_1}{1 - q}$	$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$	סכום

- לוגריתמים $(a, b, c > 0 ; a, b \neq 1)$: $\log_a(a^b) = b$, $a^{\log_a b} = b$, $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$

$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a(\frac{b}{c}) = \log_a b - \log_a c$, $\log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$

- גידול ודעיכה: שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן t הוא q : $M_t = M_0 \cdot q^t$

- מספרים מרוכבים: משפט דה־מואבר: $[R(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = R^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$

פתרונות המשוואה: $z^n = R(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ הם:

$z_k = \sqrt[n]{R} [\cos(\frac{\varphi + 2k\pi}{n}) + i \sin(\frac{\varphi + 2k\pi}{n})]$, $k = 0, 1, 2, \dots, n - 1$

- וקטורים: אורך של וקטור: $|\underline{x}| = \sqrt{\underline{x} \cdot \underline{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

מישור דרך קצוות הוקטורים \underline{a} , \underline{b} , \underline{c} : $\underline{x} = \underline{a} + t(\underline{b} - \underline{a}) + s(\underline{c} - \underline{a})$

מכפלה סקלרית: $\underline{x} \cdot \underline{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = |\underline{x}| \cdot |\underline{y}| \cos \alpha$

מרחק בין נקודה \underline{p} למישור $\underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0$: $\frac{|\underline{v} \cdot \underline{p} + e|}{|\underline{v}|}$

מציאת זווית בין הישר $\underline{a} + t\underline{b}$ למישור $\underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0$: $\sin \beta = \frac{|\underline{v} \cdot \underline{b}|}{|\underline{v}| \cdot |\underline{b}|}$

מציאת זווית בין המישורים $\underline{v}_1 \cdot \underline{x} + e_1 = 0$, $\underline{v}_2 \cdot \underline{x} + e_2 = 0$: $\cos \alpha = \frac{|\underline{v}_1 \cdot \underline{v}_2|}{|\underline{v}_1| \cdot |\underline{v}_2|}$

גאומטריה אנליטית

קו ישר - שיפוע m של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

משוואת ישר $y = mx + b$ עם שיפוע m העובר בנקודה (x_1, y_1) :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

הנקודה C המחלקת (בחלוקה פנימית) את הקטע שקצותיו

הם $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ ביחס $\frac{AC}{BC} = \frac{k}{1}$ היא: $(\frac{kx_1 + x_2}{k+1}, \frac{ky_1 + y_2}{k+1})$

שני ישרים בעלי שיפועים m_1 ו- m_2 מאונכים זה לזה אם ורק אם: $m_1 \cdot m_2 = -1$

מרחק הנקודה (x_0, y_0) מהישר $Ax + By + C = 0$:

$$d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

מעגל - משוואת משיק למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

בנקודה (x_0, y_0) שעל המעגל היא:

$$(x_0 - a)(x - a) + (y_0 - b)(y - b) = R^2$$

פרבולה - משוואת משיק לפרבולה $y^2 = 2px$

$$y \cdot y_0 = p(x + x_0)$$

בנקודה (x_0, y_0) שעל הפרבולה היא:

הסתברות

- נוסחת ברנולי - ההסתברות ל- k הצלחות מתוך n נסיונות בהתפלגות בינומית,

כאשר ההסתברות להצלחה היא p :

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- הסתברות מותנית: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

- נוסחת בייס: $P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)}$

על פי הקבלה, אפשר לדעת את שם הקופאית.

טריגונומטריה

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

- משפט הסינוסים: R (רדיוס המעגל החוסם את המשולש) $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

- משפט הקוסינוסים: γ היא הזווית הכלואה בין a ל- b) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

- אורך קשת של α רדיאנים: $l = \alpha R$, שטח גזרה של α רדיאנים: $S = \frac{1}{2} \alpha R^2$

- שטח משולש: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$ (α היא הזווית הכלואה בין b ל- c)

- גופים במרחב: פירמידה וחרוט: נפח: $V = \frac{B \cdot h}{3}$ (B - שטח הבסיס, h - גובה הגוף)

חרוט: שטח מעטפת: $M = \pi R l$ (R - רדיוס העיגול, l - הקו היוצר)

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

- נגזרות: $(x^t)' = t x^{t-1}$, $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$, $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$

נגזרת של מכפלת פונקציות: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

נגזרת של מנת פונקציות: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

נגזרת של פונקציה מורכבת: $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$ כאשר: $u'(x)$ היא נגזרת

של u לפי x (נגזרת פנימית) ו- $f'(u)$ היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית)

- אינטגרלים: $\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + c$ ($t \neq -1$)

אם $F(x)$ היא פונקציה קדומה של $f(x)$ אז:

$\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + c$, $\int f(mx + b) dx = \frac{1}{m} F(mx + b) + c$