

10. ג.

$$w = r \operatorname{cis} \theta, \quad \bar{w} = r \operatorname{cis} (-\theta) \Rightarrow \frac{w}{\bar{w}} = \frac{r \operatorname{cis} \theta}{r \operatorname{cis} (-\theta)} = \operatorname{cis} (\theta - (-\theta))$$

$$\Rightarrow z = \frac{w}{\bar{w}} = \operatorname{cis} 2\theta \quad (\checkmark)$$

אורך הרדיוס-וקטור של המספר המרוכב $\operatorname{cis} 2\theta$ הוא $|z| = r = 1$ ✓

הזווית שהתקבלה - 2θ אכן שווה לפעמיים θ ✓

11. א.

$$a_3 = -5 + 3i, \quad a_6 = 3 + 5i, \quad \frac{a_6}{a_3} = \frac{a_1 q^5}{a_1 q^2} = q^3$$

$$q^3 = \frac{3+5i}{-5+3i} \cdot \frac{-5-3i}{-5-3i} = \frac{-15-9i-25i+15}{25+9} = -\frac{34}{34}i = -i$$

$$a_{15} = a_1 \cdot q^{14} = a_1 \cdot q^2 \cdot q^{12} = a_3 \cdot (q^3)^4 = a_3 \cdot (-i)^4 = a_3 \cdot 1 = a_3 \Rightarrow a_{15} = a_3 \quad (\checkmark)$$

ב.

$$q^3 = -i = 0 - i, \quad r = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1, \quad a = 0, \quad b = -1 \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{2}$$

$$q^3 = \operatorname{cis} \left(-\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow q = \operatorname{cis} \left(\frac{-\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{3}\right)$$

$$k = 0 \Rightarrow q_1 = \operatorname{cis} \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$k = 1 \Rightarrow q_2 = \operatorname{cis} \frac{\pi}{2} = i$$

$$k = 2 \Rightarrow q_3 = \operatorname{cis} \frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$q = \operatorname{cis} \left(\frac{-\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{3}\right) = \operatorname{cis} \theta_q : 1 \text{ מקרה } q$$

1. מכיון שהרדיוס של המנה הוא בכל מקרה 1: $(\theta_q - \theta_q)$ - סימון הארגומנט (הזווית) של המנה, הרי שהרדיוס של כל איבר בסדרה ההנדסית (כלל)

הכפל של מספרים מרוכבים בהצגה הטריגונומטרית), הוא הרדיוס של האיבר הראשון שלה:

נסמן את הארגומנט (הזווית) של a_1 כ- θ_1 .

הרדיוס של a_1 הוא: $\sqrt{25+9} = \sqrt{34}$. לכן: $a_1 = \sqrt{34} \operatorname{cis} \theta_1$. ולכן:

$$a_n = a_1 q^{n-1} = \sqrt{34} \operatorname{cis} \theta_1 \cdot (\operatorname{cis} \theta_q)^{n-1} = \sqrt{34} \operatorname{cis} (\theta_1 + (n-1)\theta_q)$$

מכאן שאכן כל איברי הסדרה נמצאים על מעגל שמרכזו בראשית הצירים,

ואורך מחוגו (רדיוסו) הוא $R = \sqrt{34}$ (יחידות אורך).

ציפורים נודדות

500,000,000 (חמש מאות מיליון!) ציפורים מ-540 מינים שונים עוברים בארץ ישראל מידי שנה.

ציפיות הציפורים בישראל היא הגבוהה בעולם, למעלה מפי 8 מאשר באנגליה, ועוד יותר מבארצות אחרות.