

**סדרה הנדסית אינסופית - פתרונות**

**1. א.**

$$(I) a_1 + a_5 = 5440 \Rightarrow a_1 + a_1 q^4 = a_1(1 + q^4) = 5440$$

$$(II) a_1 = 8a_4 \Rightarrow a_1 = 8a_1 q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (I) a_1(1 + \frac{1}{16}) = a_1 \cdot \frac{17}{16} = 5440 \Rightarrow a_1 = \frac{5440 \cdot 16}{17} = 5120$$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q} = \frac{5120}{1-\frac{1}{2}} = \frac{5120}{\frac{1}{2}} = 2 \cdot 5120 \Rightarrow S_\infty = 10,240$$

(\*)  $a_1 \neq 0$  לכן ניתן לחלק בו את שני אגפי המשוואה.

**ב.**

$$A_1 = a_2 = a_1 q ; Q = q^2 \Rightarrow S = \frac{a_1 q}{1-q} = \frac{5120 \cdot \frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2560}{\frac{1}{2}} = \frac{2560 \cdot 4}{3} \Rightarrow S = 3413\frac{1}{3}$$

**2. א.** נסמן:  $S_O$  - סכום האיברים במקומות הלא-זוגיים (odd).

$$\frac{S}{S_O} = \frac{\frac{a_1}{1-q}}{\frac{a_1}{1-q^2}} = \frac{a_1(1-q^2)}{a_1(1-q)} = \frac{(1-q)(1+q)}{1-q} = 1+q = 1.4 \Rightarrow q = 0.4$$

**ב.**

$$q_I = \frac{a_{n+1}^2}{a_n^2} = \left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right)^2 = q^2 = 0.4^2 = 0.16$$

$$q_{II} = \frac{a_{n+1}^3}{a_n^3} = \left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right)^3 = q^3 = 0.4^3 = 0.064$$

$$\frac{S_{II}}{S_I} = \frac{\frac{a_1^3}{1-0.064}}{\frac{a_1^2}{1-0.16}} = \frac{a_1^3 \cdot 0.84}{a_1^2 \cdot 0.936} = \frac{0.84 a_1}{0.936} = \frac{35}{39} a_1 = 35 \Rightarrow a_1 = 39$$

$$a_1 = 39 , q = 0.4 \Rightarrow S = \frac{39}{1-0.4} = \frac{39}{0.6} \Rightarrow S = 65$$

**לוטו חריג פעם ראשונה**

בשנת 2010 התקבלו בשתי הגרלות הלוטו בישראל 6 מספרים זהים בתוך פחות מחודש!

ב־21.9.2010 בהגרלה מספר 2187 עלו בגורל המספרים הבאים: 13, 14, 26, 32, 33, 36 והמספר הנוסף: 1.

ב־16.10.2010 בהגרלה מספר 2194 עלו בגורל המספרים הבאים: 13, 14, 26, 32, 33, 36 והמספר הנוסף: 2.

128 מהמרים שמו את כספם על ששה מספרים אלו.

3 מהם שניחשו נכון גם את המספר הנוסף וזו ב־4,000,000 ש כל אחד.

92 מהם זכו ב־4,000 ש כל אחד. ו־33 מהם זכו ב־8,000 ש כל אחד.

9. (קיץ ס"ו - 2005, מועד לוחמים)

בבית האריזה של פרדס מסוים, 30% מהארגזים מכילים תפוזים,

40% מהארגזים מכילים אשכוליות, ושאר הארגזים מכילים מנדרינות.

(72)

חלק מהארגזים מיועד ליצוא, ומודבק עליהם פתק ליצוא.

פתק ליצוא מודבק על 20% מבין הארגזים המכילים תפוזים,

על 50% מבין הארגזים המכילים אשכוליות, ועל 60% מבין הארגזים המכילים מנדרינות.

א. בוחרים באקראי ארגז אחד מבין הארגזים בבית האריזה.

מהי ההסתברות שעל ארגז זה מודבק פתק ליצוא?

ב. על ארגז שנבחר באקראי מודבק פתק ליצוא.

מהי ההסתברות שארגז זה אינו מכיל תפוזים?

ג. ידוע כי ב־ 1% מהארגזים בבית האריזה יש פירות פגומים. בוחרים באקראי 4 ארגזים.

מהי ההסתברות שבכל 4 הארגזים לא יהיו פירות פגומים וגם על כל אחד מהם מודבק פתק ליצוא?

10. (קיץ ס"ו - 2006, מועד מיוחד) בכובע נמצאים  $2n + 1$  פתקים הממוספרים בסדר עולה:

$1, 2, 3, \dots, 2n + 1$ . מוציאים פתק מהכובע.

אם הוא זוגי מחזירים אותו לכובע ואם הוא אי-זוגי משאירים אותו בחוץ.

לאחר מכן מוציאים פתק נוסף (בכל מקרה).

ידוע שההסתברות שאחד הפתקים שהוצא הוא זוגי ואחד הפתקים הוא אי-זוגי היא  $\frac{26}{49}$ .

(72)

מצא את מספר הפתקים בכובע.

11. (חורף ס"ז - 2007) בכד A יש 9 כדורים לבנים ו־ 3 כדורים אדומים.

בכד B יש 12 כדורים לבנים ו־ 8 כדורים אדומים. זורקים קוביית משחק הוגנת.

אם הקובייה מראה '1' או '6' - בוחרים בכד A, אחרת - בוחרים בכד B.

מהכד שנבחר מוציאים באקראי כדור.

א. מהי ההסתברות שהכד שנבחר הוא A, אם ידוע כי הוצא כדור לבן?

ב. חוזרים על הניסוי הנ"ל 5 פעמים (עם החזרת הכדור בתום כל ניסוי).

(73)

מהי ההסתברות לבחור לכל היותר 4 פעמים כדור לבן?



9. א. 0.44 ב.  $\frac{19}{22}$  ג. 0.036

10. 7 (פתקים)

11. א.  $\frac{5}{13}$  ב.  $P = 0.884$

4. א.

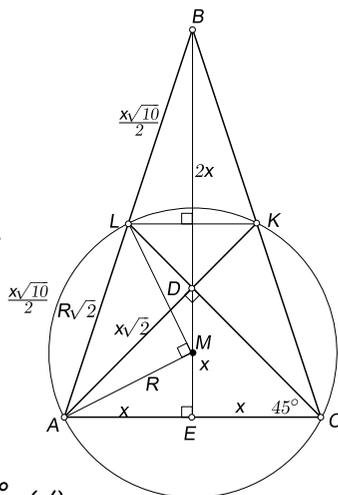
$$AE = {}^{(1)} EC = {}^{(2)} x \Rightarrow {}^{(3)} DE = x$$

$$BD = {}^{(4)} 2 DE = 2x = AC \Rightarrow {}^{(5)} BD = AC$$

$$LK = {}^{(6)} \frac{1}{2} AC = x, \quad (7) LK \parallel AC, \quad (8) BE \perp AC$$

$$(9) LK \perp BE \Rightarrow {}^{(10)} S_{BLDK} = \frac{2x \cdot x}{2} = x^2$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{2x \cdot 3x}{2} = 3x^2 \Rightarrow \frac{S_{BLDK}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{3}$$



ג. (1)

$$\angle ECD = {}^{(11)} \angle EDC = {}^{(12)} 45^\circ \Rightarrow {}^{(13)} \angle AML = 90^\circ \quad (\checkmark)$$

(2) R - רדיוס המעגל החוסם את ACKL

$$\triangle BEA: AB = {}^{(15)} \sqrt{x^2 + (3x)^2} = \sqrt{10x^2} = x\sqrt{10} \Rightarrow AL = \frac{AB}{2} = \frac{x\sqrt{10}}{2}$$

$$\triangle AML: AL = {}^{(15)} \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2R^2} = R\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow {}^{(5)} AL = \frac{x\sqrt{10}}{2} = R\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{x\sqrt{10}}{2\sqrt{2}}$$

$$\triangle DEA: AD = {}^{(15)} \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2x^2} = x\sqrt{2}$$

$$\frac{AM}{AD} = \frac{R}{x\sqrt{2}} = \frac{\frac{x\sqrt{10}}{2\sqrt{2}}}{x\sqrt{2}} = \frac{\frac{x\sqrt{10}}{2\sqrt{2}}}{\frac{x\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}}{2 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{10}}{2 \cdot 2} \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

(1) בניית עזר: BE תיכון לבסיס ולכן עובר דרך D, מפגש התיכונים (2) סימון

(3) תיכון ליתר במשולש ישר-זווית שווה למחצית היתר

(4) מפגש תיכונים מחלק אותם ביחס של 1 : 2, כשהחלק הגדול קרוב לקדקוד (5) כלל המעבר

(6) LK קטע אמצעים במשולש, ולכן שווה למחצית הצלע השלישית

(7) קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית

(8) תיכון לבסיס במשולש שווה-שוקיים הוא גם גובה

(9) כלל המעבר בניצבות (אפשר גם שוויון זוויות מתאימות)

(10) שטח מרובע שאלכסונו מאונכים זה לזה שווה למחצית מכפלת אלכסונו (BLDK דלתון)

(11) זוויות בסיס במשולש שווה-שוקיים ( $\triangle DEC$ ) שוות זו לזו (12) השלמה ל- $180^\circ$  במשולש

(13) זווית מרכזית במעגל שווה לפעמיים זווית היקפית הנשענת על אותה קשת

(14) תיכונים לשוקיים במשולש שווה-שוקיים, שווים זה לזה (15) פיתגורס