

אלי מיטב

מבחני בגרות במתמטיקה

שאלון 481 (804)

2009 - 2018

פתרונות מלאים - חלק שני

162	21	- קיץ תשע"ד - 2014 - מועד ב	1	מבנה מבחן הבגרות
170	22	- קיץ תשע"ד - 2014 - מועד ג	2	- קיץ ס"ט - 2009 - מועד א
177	23	- סתו תשע"ה - 2014 - מועד ד	9	- קיץ ס"ט - 2009 - מועד ב
185	24	- חורף תשע"ה - 2015	16	- חורף תש"ע - 2010
194	25	- חורף תשע"ה - 2015 - לוחמים	24	- קיץ תש"ע - 2010 - מועד א
203	26	- קיץ תשע"ה - 2015 - מועד א	33	- קיץ תש"ע - 2010 - מועד ב
213	27	- קיץ תשע"ה - 2015 - מועד ב	40	- קיץ תש"ע - 2010 - (המבחן הגנוז)
223	28	- חורף תשע"ו - 2016	46	- חורף תשע"א - 2011
232	29	- קיץ תשע"ו - 2016 - מועד א	53	- קיץ תשע"א - 2011 - מועד א
241	30	- קיץ תשע"ו - 2016 - מועד ב	61	- קיץ תשע"א - 2011 - מועד ב
250	31	- חורף תשע"ז - 2017	68	- חורף תשע"ב - 2012
259	32	- קיץ תשע"ז - 2017 - מועד א	77	- קיץ תשע"ב - 2012 - מועד א
267	33	- קיץ תשע"ז - 2017 - מועד ב	88	- קיץ תשע"ב - 2012 - מועד ב
277	34	- חורף תשע"ח - 2018	96	- חורף תשע"ג - 2013
285	35	- קיץ תשע"ח - 2018 - מועד א	104	- חורף תשע"ג - 2013 - לוחמים
295	36	- קיץ תשע"ח - 2018 - מועד ב	112	- קיץ תשע"ג - 2013 - מועד א
314		המשפטים בגאומטריה	121	- קיץ תשע"ג - 2013 - מועד ב
317		הסברי סימנים מתמטיים בספר	130	- קיץ תשע"ג - 2013 - לוחמים
318		סיווג שאלות המבחנים	139	- חורף תשע"ד - 2014
320		נוסחאון הבגרות לארבע יחידות	147	- חורף תשע"ד - 2014 - לוחמים
			154	- קיץ תשע"ד - 2014 - מועד א

ספרי בגרויות עם פתרונות מלאים יצאו גם לשאלונים 382-482-581-582

ספרי בגרויות עם תשובות סופיות יצאו לשאלונים 481-482-581-582

מספר מילים לפני

בעקבות תפיחתו עם השנים, של ספר הבגרויות לשאלון זה, עד כדי אי-נוחות, חלקתי אותו לשני חלקים: החלק הראשון מכיל את רב שאלות הבגרות מהשנים 2004-2013 שנערכו במתכונת ה'צבירה', המתאימות לשאלון זה, בהתאם לערכון האחרון של תכנית הלימודים. ספר זה, חלקו השני של ספר הבגרויות, מכיל את כל מבחני הבגרות, 36 מבחנים, שנערכו במתכונת הנוכחית בין השנים 2009-2018.

סימונים מתמטיים שמופיעים בספר: \forall - לכל, \in - שייך, \nearrow - עליה, \searrow - ירידה

\cup - איחוד; היחס 'או', \cap - חיתוך; היחס 'וגם', \emptyset - קבוצה ריקה (אין פתרון)

$\sqrt{\quad}$ - אישור למה שבקשנו לבדוק או להוכיח, ab - מוחלט, ep - נקודת קצה (end point)

'ללא הגבלת הכלליות' - קביעה ערך מייצג, במקום פרמטר (שאמור להיעלם בהמשך).

בחלק מהשאלות שונה נוסח השאלה, מאילוטי עריכה, או מטעם אישי של 'אסתטיקה לשונית'.

ככלל - סדר הצגת השאלות הוא כרונולוגי בלבד, למעט אילוטי עריכה, דיוקים נדרשים הושמטו בכונה.

ההסברים המוצגים הינם תמציתיים, ולעתים אינם מספיקים עבור הנדרש במבחן. הנחיות לגבי הנדרש הינן

באחריות המורים ועל התלמיד להיוועץ עימם כשהוא מסתפק לגבי היקף ההסבר הנדרש.

סרטוני הסבר לכל פתרונות המבחנים, שהתקיימו מ-2012 (נכון להיום), כפי שהם מופיעים בספר, נמצאים

באתר ההוצאה במקושת (internet), בעלות שנתית מגוחכת של 20 (עשרים) שקלים בלבד. ראו בגב

הכריכה.

'שגיאות מי יבין' (תהלים י"ט). אם נתקלתם בשגיאה כלשהי - בבקשה יידעו אותי על כך, רצוי ברואל.

כל תיקון יעודכן כמעט מיידית באתר ההוצאה, בעמוד המידע של ספר זה. התיקונים יוצגו באדום.

שלמי תודה: תודה לכל המורים והתלמידים שהעירו את הערותיהם במשך השנה, ובכך תרמו לתיקון שגיאות

ולשיפור פתרונות. תודה מיוחדת למורה שריף אמארה מכפר ז'לפה.

לאחר כל מבחן בגרות שיערך בשנה הקרובה (התשע"ט - 2019), אכין בע"ה פתרון מלא בתוך עשרה ימים.

המבחן ופתרונו יועלה לאתר ההוצאה, לשימוש חופשי לא מסחרי.

את החללים שבין השאלות והפתרונות לחלקתי בהבוקי אנקדוטות - מתמטיות, הסטוריות, לשוניות,

קריקטורות וגם אנקדורות לאומית או יהודיות.

הספר מופיע גם במהדורה דיגיטלית על-ידי חברת 'קל-ספר' (classoos). ראו קישור באתר ההוצאה.

ב ה צ ל ח ה

א'כ' א'ט'כ

מבנה מבחן הבגרות לשאלון 481 (804)

שאלון ד' (35804) מהווה 65% מהציון הסופי.

שאלון ה' (35805) מהווה 35% מהציון הסופי.

משך זמן המבחן: שלוש שעות וחצי.

פרק א - אלגברה, גאומטריה אנליטית והסתברות.

בחירה: שתי שאלות מתוך שלוש שאלות.

שאלה 1: שאלה מילוליות

שאלה 2: גאומטריה אנליטית

שאלה 3: הסתברות.

פרק ב - גאומטריה וטריגונומטריה במישור.

בחירה: שאלה אחת מתוך שתיים:

שאלה 4: גיאומטריה.

שאלה 5: טריגונומטריה.

פרק ג - בחירה: שתי שאלות מתוך שלוש שאלות (שאלות 6-8).

חדו"א של פולינומים, שורש ריבועי ופונקציות רציונליות.

נקמחוס (Nicomachus) היה מתמטיקאי מהעיר גֶרֶש שבֶּעֶבֶר הירדן. הוא פעל בסביבות שנת 100 לספירה. התעסק בעיקר בחשבון ובאלגברה. הנה משהו נחמד שהוא גילה: אם ניקח את המספרים הלא זוגיים באופן הבא: פעם ראשונה ניקח את 1, אחר"כ את שני הבאים אחרי 1, אחר"כ את שלושת הבאים אחריהם וכו' - אזי סכום כל סדרת מספרים כזאת הינה חזקה שלישית לפי הסדר, כפי שמתואר להלן:

$$\begin{aligned} 1 &= 1^3 \\ 3 + 5 &= 8 = 2^3 \\ 7 + 9 + 11 &= 27 = 3^3 \\ 13 + 15 + 17 + 19 &= 64 = 4^3 \\ 21 + 23 + 25 + 27 + 29 &= 125 = 5^3 \\ 31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 &= 216 = 6^3 \\ 43 + 45 + 47 + 49 + 51 + 53 + 55 &= 343 = 7^3 \\ 57 + 59 + 61 + 63 + 65 + 67 + 69 + 71 &= 512 = 8^3 \\ 73 + 75 + 77 + 79 + 81 + 83 + 85 + 87 + 89 &= 729 = 9^3 \\ 91 + 93 + 95 + 97 + 99 + 101 + 103 + 105 + 107 + 109 &= 1000 = 10^3 \end{aligned}$$

⋮

מבחן 26 - קיץ תשע"ה - 2015 - מועד א

בחירה: שתי שאלות מהשאלות 1-3, שאלה אחת מהשאלות 4-5, שתי שאלות מהשאלות 6-8.

פרק ראשון - אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

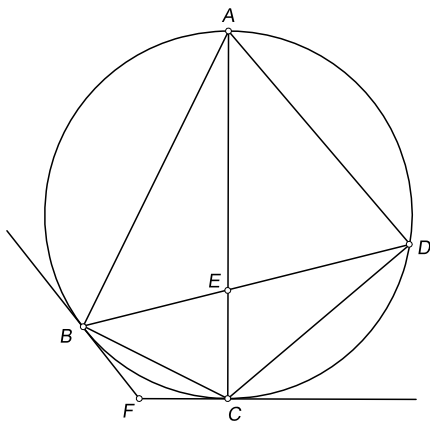
1. נתון מלבן שרוחבו x ס"מ, ואורכו גדול פי 1.2 מרוחבו. הגדילו את אורך המלבן ב-10%, והקטינו את רוחב המלבן ב-10%. התקבל מלבן חדש.
- א. (1) הבע באמצעות x את שטח המלבן החדש.
 (2) בכמה אחוזים השתנה השטח של המלבן הנתון?
 ב. R הוא הרדיוס של המעגל החוסם את המלבן הנתון. $R = \sqrt{61} \text{ cm}$. מצא את שטח המלבן החדש.

2. נתון כי מעגל, שמשוואתו $(x-3)^2 + (y+k)^2 = 25$, עובר דרך ראשית הצירים. k פרמטר.
- א. (1) מצא את שני הערכים של k .
 (2) רשום את המשוואות של שני המעגלים המתאימים לערכים של k שמצאת.
 ב. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של כל אחד משני המעגלים.
 ג. סרטט את שני המעגלים במערכת צירים אחת.
 ד. הישר $x = a$ משיק לשני המעגלים, $a > 0$.
 (1) מצא את ערכו של a .
 (2) מה הם השיעורים של נקודות ההשקה?

3. בקופסה I יש 3 כדורים אדומים ו-6 כדורים ירוקים.
 בקופסה II יש 12 כדורים אדומים ו-4 כדורים ירוקים.
 בוחרים באקראי קופסה, ומוציאים ממנה שני כדורים זה אחר זה (בלי החזרה).
- א. מהי ההסתברות ששני הכדורים יהיו באותו צבע?
 ב. מהי ההסתברות ששני הכדורים יהיו בצבעים שונים?
 ג. ידוע כי שני הכדורים היו באותו צבע. מהי ההסתברות שהם הוצאו מקופסה I?

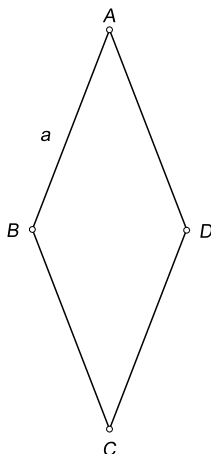
תשובות

1. א. (1) $S_{\text{new}} = 1.188x^2$ (סמ"ר) (2) -1% ב. $S_{\text{new}} = 118.8$ (סמ"ר)
2. א. (1) $k = \pm 4$ (2) $k = 4$: $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$, $k = -4$: $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$
 ב. $k = 4$: $(0,0)$, $(0,-8)$, $(6,0)$, $k = -4$: $(0,0)$, $(0,8)$, $(6,0)$
 ד. (1) $a = 8$ (2) $(8, \pm 4)$
3. א. $P = \frac{11}{20}$ ב. $P = \frac{9}{20}$ ג. $P = \frac{5}{11}$



פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. מרובע ABCD חסום במעגל.
 אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E.
 העבירו משיק למעגל בנקודה B ומשיק למעגל בנקודה C.
 המשיקים נפגשים בנקודה F. $\angle ABC = 90^\circ$.
 א. הוכח: (1) $\angle ADB + \angle FBC = 90^\circ$
 (2) $\angle BFC = 2 \cdot \angle ADB$
 ב. (1) הוכח: $\triangle BEC \sim \triangle AED$
 (2) נתון גם: $AE = 7$, $BE \cdot DE = 21$. מצא את אורכו של קוטר המעגל.
 (פתרון סעיף ב אינו תלוי בפתרון סעיף א.)



5. במעוין ABCD שצלעו a יחידות אורך, נתון:
 $\angle BAD < 90^\circ$, $\angle BAD = 2\alpha$.
 א. (1) הבע את AC ואת BD באמצעות a ו- α .
 (2) נתון גם: $AC \cdot BD = a^2$. מצא את גודל זווית α .
 ב. נתון גם כי אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD הוא 10cm .
 מצא את שטח המעוין ABCD (ערך מספרי).

לוטו חריג פעם שניה

באפריל 2015 עלו בהגרלת הלוטו המספרים הבאים: 36, 35, 34, 33, 32, 7 והמספר הנוסף: 2.
 רצף של חמישה מספרים עוקבים הוא אמנם נדיר,
 אבל ההסתברות לקבלת המספרים: 6, 5, 4, 3, 2, 1
 שווה בדיוק לקבלת המספרים: 40, 36, 28, 24, 13, 5

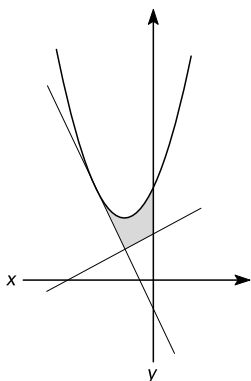
תשובות

4. א. (1) $AC = 2a \cos \alpha$, $BD = 2a \sin \alpha$ (יחידות אורך) (2) $\alpha = 15^\circ$ ב. $S = 186.6$ (סמ²)
 4. א. (1) $2R = 10$ (יחידות אורך) ב. (2)

פרק שלישי - חדו"א של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x^2}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
 ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 ד. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
 ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ו. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.
 ($g'(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו תחום).
 העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר x .
 מה הם שיעורי x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.



7. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + ax + b$. a ו- b הם פרמטרים.

הישר $y = -2x - 1$ משיק לגרף הפונקציה

בנקודה שבה $x = -2$.

א. מצא את הערך של a ואת הערך של b .

הצב: $a = 2$ ו- $b = 3$, וענה על סעיף ב.

ב. מצא את השטח, המוגבל על-ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על-ידי המשיק, על-ידי הישר $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ ועל-ידי ציר y .

921 הספרות הראשונות של יחס הזהב: $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ מהוות מספר פלינדרומי ראשוני:

161, 803, 398, 874, 989, 484, 820, 458, 683, 436, 563, 811, 772, 030, 917

⋮

0, 141, 713, 513, 1315, 317, 141, 0

⋮

719, 030, 277, 118, 365, 634, 386, 854, 028, 484, 989, 478, 893, 308, 161

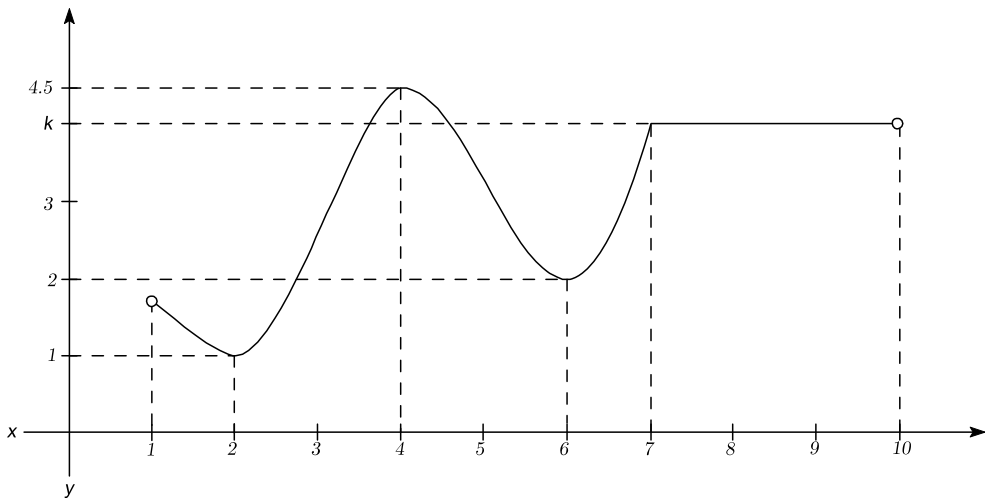
תשובות

6. א. $x \neq 0$ ב. $y = -1$ ג. $(3, 0)$, $(-1, 0)$

ד. $\min(-3, -1\frac{1}{3})$ ו. $x_1 = -1$, $x_2 = 3$

7. א. $a = 2$, $b = 3$ ב. $S = 1\frac{5}{12}$ (יחידות ריבועיות)

8. בציור שלפניך מוצג גרף של הפונקציה $f(x)$ בתחום $1 < x < 10$.



הסתמך על הגרף של $f(x)$ ועל הערכים הרשומים על הצירים, וענה על הסעיפים הבאים.

א. מצא עבור אילו ערכים של x השונים מ-7 מתקיים:

(1) $f'(x) < 0$. נמק.

(2) $f'(x) > 0$. נמק.

(3) $f'(x) = 0$. נמק.

ב. נתון: $\int_7^9 k \, dx = 8$, k הוא הפרמטר המסומן על ציר y .

מצא את הערך של הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 9$.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקצית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $2 \leq x \leq 6$.

ד. מצא את השטח המוגבל על-ידי הגרף של פונקצית הנגזרת $f'(x)$ ועל-ידי ציר x ,

בתחום $2 \leq x \leq 4$ (ערך מספרי).

בהצלחה

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך, התרבות והספורט



8. א. (1) $f'(x) < 0$: $(1 < x < 2) \cup (4 < x < 6)$

(2) $f'(x) > 0$: $(2 < x < 4) \cup (6 < x < 7)$

(3) $f'(x) = 0$: $(x = 2) \cup (x = 4) \cup (x = 6) \cup (7 < x < 10)$

ב. $f(9) = 4$. ד. $S = 3\frac{1}{2}$ (יחידות ריבועיות)

פתרון מבחן 26

1. א. (1)

x - רוחב המלבן לפני ההקטנה. לאחר ההקטנה ב-10% : $0.9x_{cm} = 90\% \cdot x$.

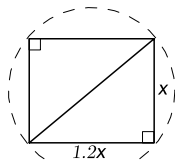
1.2x - אורך המלבן לפני ההגדלה. לאחר ההגדלה ב-10% : $1.32x_{cm} = 1.2x \cdot 110\%$

$$S_{new} = 0.9x \cdot 1.32x \Rightarrow S_{new} = 1.188x^2 \quad (\text{סמך})$$

(2)

$$S_{old} = x \cdot 1.2x = 1.2x^2 \Rightarrow \frac{S_{new}}{S_{old}} = \frac{1.188x^2}{1.2x^2} = 0.99 \equiv 99\% \Rightarrow -1\%$$

ב.



קוטר המעגל החוסם מלבן הוא אלכסון המלבן.

(זווית היקפית ישרה נשענת על קוטר.)

נפעיל את משפט פיתגורס:

$$x^2 + (1.2x)^2 = (2R)^2 \Rightarrow x^2 + 1.44x^2 = (2\sqrt{61})^2$$

$$\Rightarrow 2.44x^2 = 244 \Rightarrow x^2 = 100_{cm}$$

$$S_{new} = 1.188x^2 = 1.188 \cdot 100 \Rightarrow S_{new} = 118.8 \quad (\text{סמך})$$

2. א. (1)

$$(x-3)^2 + (y+k)^2 = 25$$

$$O(0,0) \Rightarrow (0-3)^2 + (0+k)^2 = 25 \Rightarrow 9+k^2 = 25 \Rightarrow k^2 = 16 \Rightarrow k = \pm 4$$

(2)

$$k = -4 \Rightarrow (I) (x-3)^2 + (y-4)^2 = 25, \quad k = 4 \Rightarrow (II) (x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$$

ב.

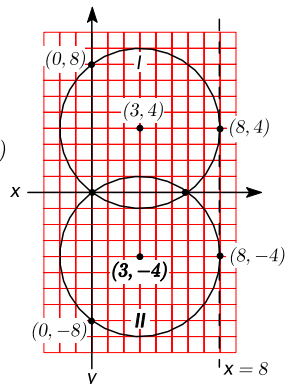
$$(I) x=0 \Rightarrow 9+(y-4)^2 = 25 \Rightarrow (y-4)^2 = 16 \Rightarrow y-4 = \pm 4 \Rightarrow (0,8), (0,0)$$

$$y=0 \Rightarrow (x-3)^2 + 16 = 25 \Rightarrow (x-3)^2 = 9 \Rightarrow x-3 = \pm 3 \Rightarrow (6,0), (0,0)$$

$$(II) x=0 \Rightarrow 9+(y+4)^2 = 25 \Rightarrow (y+4)^2 = 16$$

$$\Rightarrow y+4 = \pm 4 \Rightarrow (0,0), (0,-8)$$

$$y=0 \Rightarrow (x-3)^2 + 16 = 25 \Rightarrow \dots \Rightarrow (6,0), (0,0)$$



ג.

ד. ראה ציור: (1) $a = 8$ (2) $(8, \pm 4)$

3. א. סימונים: r - אדום, g - ירוק, 1 - פעם ראשונה, 2 - פעם שנייה

$$I: 9_{\text{balls}} : 3_{\text{red}}, 6_{\text{green}} \quad II: 16_{\text{balls}} : 12_{\text{red}}, 4_{\text{green}}$$

$$P = P(I \cap r_1 \cap r_2) + P(I \cap g_1 \cap g_2) + P(II \cap r_1 \cap r_2) + P(II \cap g_1 \cap g_2)$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{16} \cdot \frac{11}{15} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15}$$

$$P = \frac{6}{144} + \frac{30}{144} + \frac{132}{480} + \frac{12}{480} = \frac{36}{144} + \frac{144}{480} = \frac{1}{4} + \frac{3}{10} = \frac{5+6}{20} \Rightarrow P = \frac{11}{20}$$

ג. המאורע 'צבעים שונים' הוא המשלים של 'צבע זהה'. לכן:

$$P(\text{different colors}) = 1 - P(\text{same color}) = 1 - \frac{11}{20} \Rightarrow P = \frac{9}{20}$$

$$P(I/\text{same color}) = \frac{P(I \cap \text{same color})}{P(\text{same color})} = \frac{\frac{36}{144}}{\frac{11}{20}} = \frac{36 \cdot 20}{144 \cdot 11} \Rightarrow P = \frac{5}{11}$$

4. א. (1)

$$(1) \angle ABC = 90^\circ \Rightarrow (2) \angle D_1 + \angle D_2 = 90^\circ$$

$$(3) \angle B_1 = \angle D_1 \Rightarrow (4) \angle B_1 + \angle D_2 = 90^\circ$$

$$\angle D_2 + \angle B_1 = 90^\circ \equiv \angle ADB + \angle FBC = 90^\circ \quad (\checkmark)$$

(2)

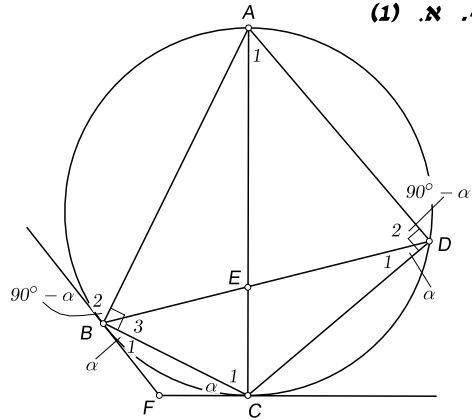
$$\angle D_1 = \angle B_1 \stackrel{(5)}{=} \alpha \Rightarrow \angle D_2 = 90^\circ - \alpha$$

$$(6) FB = FC \Rightarrow (7) \angle FCB = \angle B_1 = \alpha$$

$$(8) \angle F = 180^\circ - 2\alpha$$

$$(9) \angle B_2 = 180^\circ - (90^\circ + \alpha) = 90^\circ - \alpha = \frac{1}{2} \angle F$$

$$(3) \angle B_2 = \angle D_2 \Rightarrow (4) \angle D_2 = \frac{1}{2} \angle F \Rightarrow \angle BFC = 2 \angle ADB \quad (\checkmark)$$



(1) ג.

$$(10) \angle D_2 = \angle C_1, \angle A_1 = \angle B_3 \Rightarrow (11) \triangle BEC \sim \triangle AED \quad (\checkmark)$$

(2)

$$(12) AC = 2R, (1) AE = 7 \Rightarrow EC = 2R - 7$$

$$(13) \frac{BE}{AE} = \frac{EC}{DE} \Rightarrow BE \cdot DE = EC \cdot AE \Rightarrow (1,4) 21 = (2R - 7) \cdot 7 \quad / : 7$$

$$\Rightarrow 2R - 7 = 3 \Rightarrow 2R = 10 \quad (\text{יחידות אורך})$$

(1) נתון (2) זוויות נגדיות במרובע החסום במעגל - משלימות ל- 180° (3) זווית בין משיק ומיתר שווה

לזווית היקפית הנשענת על מיתר זה מצידו האחר (4) הצבה (5) סימון (6) שני משיקים למעגל

היוצאים מאותה נקודה - שווים זה לזה (7) זוויות בסיס במשולש שווה-שוקיים - שוות זו לזו

(8) השלמה ל- 180° במשולש (9) השלמה ל- 180° של זווית שטוחה

(10) זוויות היקפיות הנשענות על מיתרים שווים - שוות זו לזו (11) משפט דמיון זווית-זווית

(12) זווית היקפית ישרה - נשענת על קוטר (13) יחס הדמיון

5. א. (1)

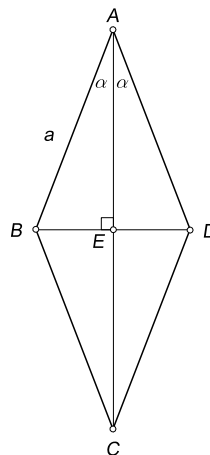
(1) $\angle BAE = \angle DAE = \alpha$, (2) $\angle AEB = 90^\circ$

$\triangle AEB$: $\cos \alpha = \frac{AE}{a} \Rightarrow AE = a \cos \alpha$

$\sin \alpha = \frac{BE}{a} \Rightarrow BE = a \sin \alpha$

(3) $AC = 2 AE \Rightarrow AC = 2a \cos \alpha$ (יחידות אורך)

(3) $BD = 2 BE \Rightarrow BD = 2a \sin \alpha$ (יחידות אורך)



(2)

$AC \cdot BD = 2a \cos \alpha \cdot 2a \sin \alpha = 4a^2 \sin \alpha \cos \alpha = \overset{(4)}{a^2} / : a^2$

$2 \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 \Rightarrow \overset{(5)}{\sin 2\alpha} = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$

(I) $2\alpha = 30^\circ$, (II) $2\alpha = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

(4) $\angle BAD = 2\alpha$, $\angle BAD < 90^\circ \Rightarrow 2\alpha = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 15^\circ$

ב.

$\triangle ABD$: (6, 7) $\angle ADB = \angle ABD = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 75^\circ$

(8) $\frac{a}{\sin 75^\circ} = 2R = \overset{(4)}{20} \Rightarrow a = 19.32 \text{ cm}$

$AC = 2a \cos \alpha = 2 \cdot 19.32 \cdot \cos 15^\circ = 37.32 \text{ cm}$

$BD = 2a \sin \alpha = 2 \cdot 19.32 \cdot \sin 15^\circ = 10 \text{ cm}$

$S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{37.32 \cdot 10}{2} \Rightarrow S_{ABCD} = 186.6$ (סמ"ר)

(1) אלכסוני מעוין חוצים את זוויותיו (2) אלכסוני ממעוין מאונכים זה לזה

(3) אלכסוני מעוין חוצים זה את זה (4) נתון (5) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

(6) השלמה ל- 180° במשולש (7) זוויות בסיס במשולש שווה-שוקיים - שוות זו לזו

(8) משפט הסינוסים

חלק ממשפט שהופיע בסיפור שלושה ימים וילד, של הסופר א.ב. יהושע:

"אבל אני כבר עמדתי... ליד לוח עמוס משוואות ריבועיות ממעלה ראשונה..."

6. א.

$$f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x^2}, \quad x^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$$

ב.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x^2 + 2x + 3}{x^2} = \frac{\rightarrow 3}{\rightarrow 0} = \infty \Rightarrow x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 2x + 3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(-1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2})}{x^2} = -1 + 0 + 0 = -1 \Rightarrow y = -1$$

ג.

$$x \neq 0, \quad y = 0 \Rightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{-2} = 1 \mp 2$$

$$\Rightarrow x_1 = -1, \quad x_2 = 3 \Rightarrow (-1, 0), \quad (3, 0)$$

ד.

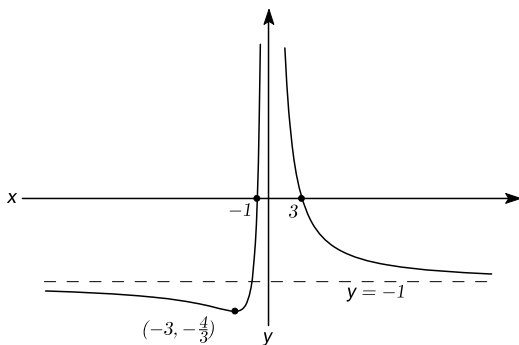
$$f'(x) = \frac{(-2x+2) \cdot x^2 - 2x \cdot (-x^2 + 2x + 3)}{(x^2)^2} = \frac{-2x^3 + 2x^2 + 2x^3 - 4x^2 - 6x}{x^4}$$

$$= \frac{-2x^2 - 6x}{x^4} = \frac{-2x-6}{x^3} \stackrel{?}{=} 0 \Rightarrow x = -3$$

x		-3		0	
f'	$\frac{+}{-} = -$	0	$\frac{-}{-} = +$	0	$\frac{-}{+} = -$
f	\searrow	min	\nearrow	asym.	\searrow

$$f(-3) = \frac{-9-6+3}{9} = \frac{-12}{9} = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3} \Rightarrow \min(-3, -1\frac{1}{3})$$

ה.



ו.

$g'(x) = f(x)$. לכן כאשר $f(x) = 0$ אז $g'(x) = 0$. מסעיף ג:

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 3$$

סודות נשמרים רק בין שני אנשים, בתנאי שאחד מהם מת.

(יצחק שמיר 1915-2012)

7. א.

$$f(x) = x^2 + ax + b, \quad m = -2$$

$$f'(x) = 2x + a \Rightarrow m = f'(-2) = -4 + a = -2$$

$$\Rightarrow a = 2$$

$$f(-2) = (-2)^2 + 2 \cdot (-2) + b = 4 - 4 + b = b$$

$$y(-2) = -2 \cdot (-2) - 1 = 4 - 1 = 3 \Rightarrow b = 3$$

$$f(x) = x^2 + 2x + 3$$

$$x_B: -2x - 1 = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \quad / \cdot 2 \Rightarrow -4x - 2 = x + 3$$

$$-5x = 5 \Rightarrow x_B = -1$$

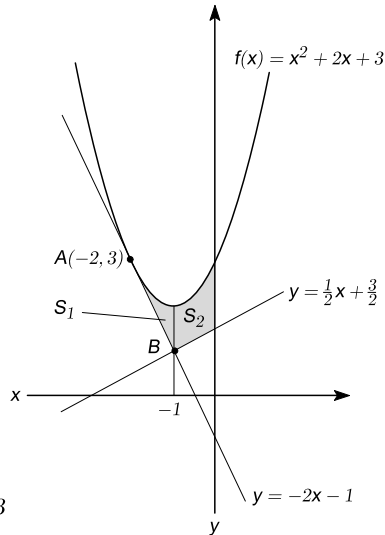
$$S_1 = \int_{-2}^{-1} (x^2 + 2x + 3 - (-2x - 1)) dx = \left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x \right) \Big|_{-2}^{-1}$$

$$= \left(\frac{-1}{3} + 2 - 4 \right) - \left(\frac{-8}{3} + 8 - 8 \right) = -2\frac{1}{3} + \frac{8}{3} = \frac{1}{3}$$

$$S_2 = \int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 3 - (\frac{1}{2}x + \frac{3}{2})) dx = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{3}{2}x \right) \Big|_{-1}^0$$

$$= 0 - \left(\frac{-1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{3}{2} \right) = -(-1\frac{1}{12}) = 1\frac{1}{12}$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{1}{3} + 1\frac{1}{12} \Rightarrow S = 1\frac{5}{12} \quad (\text{יחידות ריבועיות})$$



ב.

הרב יוסי שריד ממרצ

יוסי שריד היה חבר כנסת מטעם סיעת השמאל בכנסת ששמה 'מרצ'. שם זה הינו גלגול שמם שתי מפלגות שמאל: 'רץ' של שולמית אלוני, ור'מ' של מפ"ם. עוד טרם קביעת שמה הנוכחי של סיעת מרצ, פעל (ועדיין פועל) במבשרת ציון מוסד חינוכי - כולל אברכים ציוניים ששמו... מר"ץ (מרכז צוותים).

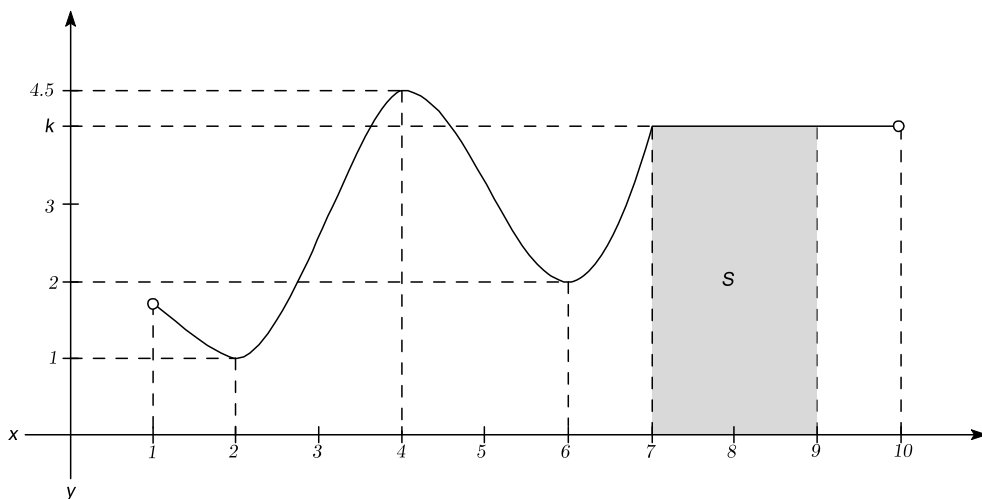
הרב שעומד בראש כולל זה הוא הרב... יוסי שריד.

הרב יוסי שריד והח"כ לשעבר יוסי שריד כמעט בני אותו גיל (הרב יליד 1939 והח"כ לשעבר יליד 1940).

שניהם עברו אירוע לב ראשון בשנת 1986 והיו מאושפיים מיטה ליד מיטה ברוזמנית.

הרב יוסי שריד, שיש לו חוש הומור נפלא, אומר שלשניהם יש שני דברים משותפים:

הראשון הוא 'שהשם אחד' והשני הוא ששניהם מתפללים 'לקץ הימין'...



x	1	2	4	6	7	10
f	\emptyset	min	max	min	\rightarrow	\emptyset
f'	-	0	0	0	0	

א. (1)

$f'(x) < 0: (1 < x < 2) \cup (4 < x < 6)$

(2)

$f'(x) > 0: (2 < x < 4) \cup (6 < x < 7)$

(3)

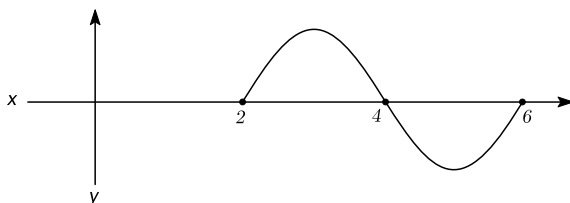
$f'(x) = 0: (x = 2) \cup (x = 4) \cup (x = 6) \cup (7 < x < 10)$

ב.

$S = 2 \cdot k$ (שטח מלבן)

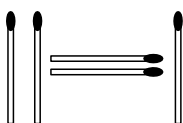
$S = \int_7^9 k \, dx = 8 \Rightarrow 2k = 8 \Rightarrow k = 4 \Rightarrow f(9) = 4$

ג. ראה טבלה:



ד.

$S = \int_2^4 f'(x) \, dx = f(x) \Big|_2^4 = f(4) - f(2) = 4.5 - 1 \Rightarrow S = 3.5$ (יחידות ריבועיות)



הזו גפרור אחד בלבד (לא להוציא. להשאיר!) כך שהשוויון יהיה נכון.

פתרון (בצופן א"ת ב"ש): תסא שסעצא תסא בפפצ תסא.

מבחן 30 - קיץ תשע"ו - 2016 - מועד ב

בחירה: שתי שאלות מהשאלות 1-3, שאלה אחת מהשאלות 4-5, שתי שאלות מהשאלות 6-8.

פרק ראשון - אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות



1. יואב רכב על אופניים.

הוא יצא מהעיר A, עבר דרך העיר B, והגיע לעיר C.

המרחק מ-B ל-C גדול ב-40 km מן המרחק מ-A ל-B.

יואב רכב מ-B ל-C במהירות קבועה הגדולה ב-20%

מן המהירות הקבועה שבה רכב מ-A ל-B.

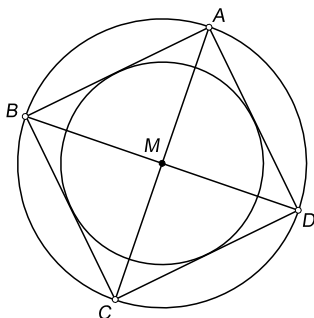
זמן הרכיבה של יואב מ-B ל-C ארוך פי 1.25 מזמן הרכיבה שלו מ-A ל-B.

אילו רכב יואב מ-B ל-C במהירות שבה רכב מ-A ל-B,

היה עובר את הדרך מ-B ל-C ב-6 שעות.

א. מצא את מהירות הרכיבה של יואב בדרך מ-A ל-B.

ב. מצא את המרחק AB.



2. אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה M.

שעורי הקדקוד A הם (5, 5).

משוואת האלכסון BD היא $y = -\frac{1}{3}x$.

א. מצא את משוואת האלכסון AC.

ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע.

ג. חשב את האורך של צלע הריבוע.

ד. חשב את אורך הרדיוס של המעגל החוסם בריבוע.

מאמרותיו של הרבי מקוצק

"אין ישר מסולם המונח באלכסון. אין שלם מלב שבור, וזועק - מן הדממה."

"בלתי שווה הוא טיפול שווה בדברים בלתי שווים."

ר' נחמן מנדל מורגנשטרן מקוצק (1787-1859)

תהליך

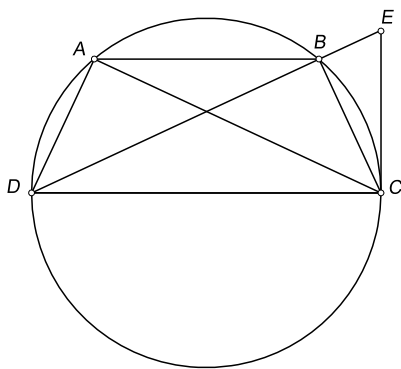
1. א. 20 km/h ב. $AB = 80 \text{ km}$

2. א. $y = 3x - 10$ ב. $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 40$

ג. $AB = \sqrt{80} = 8.94$ (יחידות אורך) ד. $r = 2\sqrt{5} = \sqrt{20} = 4.47$ (יחידות אורך)

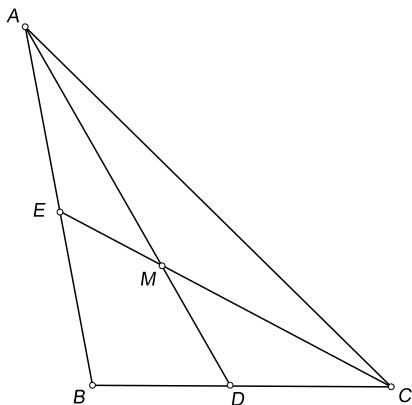
3. שחר קנה קופסה שיש בה כדורי טניס בשני צבעים: 4 כדורים צהובים ו-6 כדורים ירוקים.
שחר הוציא מן הקופסה באקראי 3 כדורים זה אחר זה (ללא החזרה).

- א. (1) מהי ההסתברות ששחר הוציא 3 כדורים צהובים?
(2) מהי ההסתברות ששחר הוציא 3 כדורים באותו צבע?
ב. דנה קנתה 3 קופסאות של כדורי טניס.
כל אחת מן הקופסאות שקנתה זהה לקופסה שקנה שחר.
דנה הוציאה באקראי כדור אחד מכל אחת מן הקופסאות.
(1) מהי ההסתברות שדנה הוציאה 3 כדורים צהובים?
(2) מהי ההסתברות שדנה הוציאה לפחות כדור אחד ירוק?



פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. טרפז שווה-שוקיים ABCD חסום במעגל.
המשיק למעגל בנקודה C נפגש בנקודה E עם המשך האלכסון DB.
CD הוא קוטר במעגל.
א. הוכח: $\triangle DAC \sim \triangle ECD$.
ב. נתון: $AC = 25\text{cm}$, $DE = 36\text{cm}$.
חשב את רדיוס המעגל.
ג. חשב את שטח המשולש DAC.



5. AD ו-CE הם תיכונים במשולש ABC הנפגשים בנקודה M.
נתון: $\angle CMD = 40^\circ$, $AD = 12\text{cm}$, $CE = 9\text{cm}$.
א. חשב את אורכי הקטעים MD ו-MC.
ב. חשב את אורך הצלע BC.
ג. חשב את גודל הזווית $\angle MCD$.
ד. חשב את שטח המשולש ADB.

תשובות

3. א. (1) $P = \frac{1}{30}$ (2) $P = \frac{1}{5}$ ב. (1) $P = \frac{8}{125} = 0.064$ (2) $P = \frac{117}{125} = 0.936$

4. א. $R = 15\text{cm}$ ב. $S_{\triangle DAC} = 207.29$ (סמ"ר)

5. א. $MC = 6\text{cm}$, $MD = 4\text{cm}$ ב. $BC = 7.81\text{cm}$ ג. $\angle MCD = 41.21^\circ$ ד. $S_{\triangle ADB} = 23.15$ (סמ"ר)

פרק שלישי - חדו"א של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 7}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

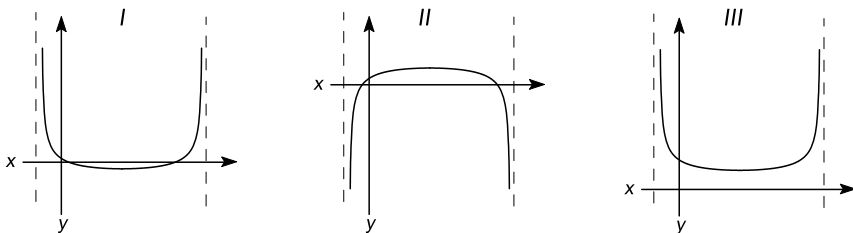
ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מבין שלושת הגרפים שלפניך, איזה גרף מייצג סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. נמק.



7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2-x}{(x-1)^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

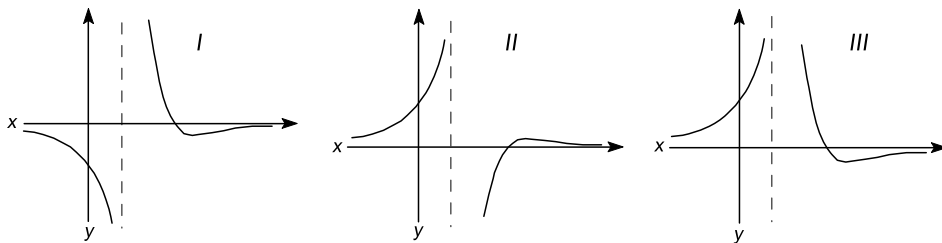
ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ג. מצא את האסימפטוטות של גרף הפונקציה המאונכות לצירים.

ד. מצא את תחומי העליה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. איזה מבין שלושת הגרפים שלפניך מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.

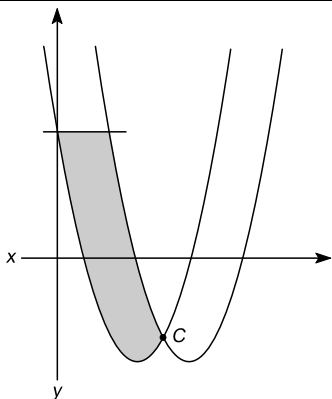


תשובות

6. א. $-1 \leq x \leq 7$ ב. $\min_{ab.}(-1, 0)$, $\max_{ab.}(3, 4)$, $\min_{ab.}(7, 0)$ ד. (1) $-1 < x < 7$ (2) III

7. א. $x \neq 1$ ב. $(0, 2)$, $(2, 0)$ ג. $x = 1$, $y = 0$

ד. \nearrow : $(x < 1) \cup (x > 3)$, \searrow : $1 < x < 3$ ו. II



8. בציור שלפניך מתוארים גרפים של שתי פונקציות:

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \quad \text{ו} \quad g(x) = x^2 - 10x + a$$

a הוא פרמטר.

הגרפים נחתכים בנקודה C .

שיעור x של הנקודה C שווה ל-4.

א. מצא את הערך של a .

ב. דרך נקודת החיתוך של אחד הגרפים עם ציר y

העבירו ישר המקביל לציר x , כמתואר בציור.

מצא את השטח המוגבל על-ידי הגרפים של שתי הפונקציות

ועל-ידי הישר המקביל לציר x .

בהצלחה

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך, התרבות והספורט

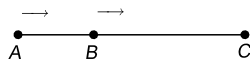
איך עושה כלב?

אווז - מגעגע, אות - נאנח, אָיל - צוהל, אָייל - עורג, אפרוח - מצייץ, אריה - שואג, ברווז - מגעגע, גמל - מחרחר, דבורה - מזמזמת, דב - נוהם, דוכיפת - מהדהדת, זאב - מיילל, זבוב - מזמזם, זמיר - מסתלסל, זרויר - מפטפט, חרגול - מנסר, חזיר - נוחר, חמור - נוער (גם: נוהק), חסידה - מלקלקת, חתול - מיילל (וגם: מגרגר), יונה - הומה, ינשוף - נושף, יתוש - מזמזם, כבשה - פועה, כלב - נובח, נחש - לוחש, נמר - שואג, נץ - מצפצף, סוס - צוהל, עגור - מצפצף, עורב - קורא, עז - פועה, עיט - צועק, עכבר - מצייץ, עפרוני - מסלסל, פיל - מריע (וגם: תוקע, נוהם, מחצצר), פרא - נוהק, פרה - גועה, צבוע - צוחק (גם מיילל), צבי - מפרט, ציפור - מצייצת, צפרדע - מקרקרת, צרצר - מצרצר, קוף - לוהג, ראם - מצלצל, שועל - מיילל, שור - גועה, שרקן - שורק, תוכי - מדבר (גם: שורק, מפטפט, מקשקש), תן - מיילל, תנשמת - נושמת, תרנגול - קורא, תרנגול-הודו - מהלצר,

פתרון מבחן 30

א. 1

	V	S	T
A → B	x	y	$\Rightarrow \frac{y}{x}$
B → C	1.2x	y + 40	$\Rightarrow (I) \frac{y+40}{1.2x} = 1.25 \frac{y}{x}$
B → C	x	y + 40	$\Rightarrow (II) \frac{y+40}{x} = 6$



(II) $y + 40 = 6x \Rightarrow y = 6x - 40$

(I) $\frac{6x-40+40}{1.2x} = 1.25 \cdot \frac{6x-40}{x} \cdot \frac{1}{1.2x} \Rightarrow 6x = 9x - 60 \Rightarrow 3x = 60 \Rightarrow x = 20 \text{ km/h}$

ב.

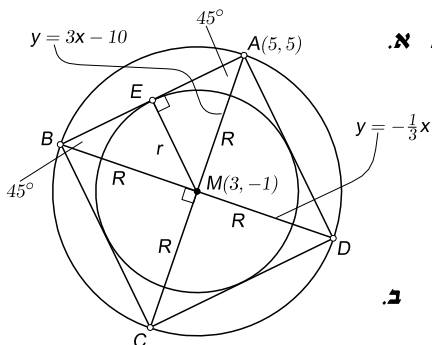
$AB = y = 6 \cdot 20 - 40 \Rightarrow AB = 80 \text{ km}$

א. 2

(1) $m_{BD} = -\frac{1}{3}$, (2) $AC \perp BD \Rightarrow (3) m_{AC} = 3$

(1) $A(5, 5) \Rightarrow y - 5 = 3(x - 5) \quad / + 5$

$\Rightarrow y = 3x - 10$



ב.

$M: 3x - 10 = -\frac{1}{3}x \Rightarrow 3\frac{1}{3}x = 10 \Rightarrow x = 3$

$y = -\frac{1}{3} \cdot 3 = -1 \Rightarrow M(3, -1)$

$R^2 = MA^2 = (5 - 3)^2 + (5 + 1)^2 = 4 + 36 = 40 \Rightarrow (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 40$

ג.

$\triangle AMB$: (4) $AB^2 = R^2 + R^2 = 40 + 40 = 80 \quad / \sqrt{} \Rightarrow AB = \sqrt{80} = 8.94$ (יחידות אורך)

ד.

$\triangle AMB$: (5, 6) $\angle MAB = \angle MBA = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$

$\triangle AEM$: (7) $ME \perp AB \Rightarrow (5) \angle EMA = \angle EAM = 45^\circ \Rightarrow (8, 9) ME = AE = \frac{\sqrt{80}}{2}$

$ME = r \Rightarrow r = \frac{\sqrt{80}}{2} = \frac{\sqrt{16 \cdot 5}}{2} = \frac{\sqrt{16} \cdot \sqrt{5}}{2} = \frac{4}{2} \cdot \sqrt{5} \Rightarrow r = 2\sqrt{5} = \sqrt{20} = 4.47$ (יחידות אורך)

(1) נתון (2) אלכסוני ריבוע שווים זה לזה, חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה

(3) תנאי לניצבות ישרים שאינם מקבילים לצירים - שיפוע של האחד הופכי ונגדי לשיפוע האחר

(4) פיתגורס (5) השלמה ל- 180° במשולש (6) זוויות בסיס במשולש שווה-שוקיים שוות זו לזו

(7) רדיוס מאונך למשיק למעגל בנקודת ההשקה (8) מול זוויות שוות במשולש מונחות צלעות שוות

(9) גובה (ME) לבסיס (AB) במשולש שווה-שוקיים (MAB) הוא גם תיכון

3. א. (1) 4 צהובים, 6 ירוקים, Y - צהוב, G - ירוק

$$P = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \Rightarrow P = \frac{1}{30}$$

(2)

$$P = P(Y_1 Y_2 Y_3) + P(G_1 G_2 G_3) = \frac{1}{30} + \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{1}{30} + \frac{1}{6} \Rightarrow P = \frac{1}{5}$$

ב. (1)

$$P = P(Y_1) \cdot P(Y_2) \cdot P(Y_3) = \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} \Rightarrow P = \frac{8}{125} = 0.064$$

(2)

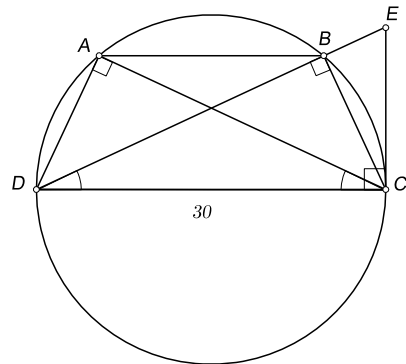
$$P = 1 - \frac{8}{125} \Rightarrow P = \frac{117}{125} = 0.936$$

(1) $\angle DAC = 90^\circ$, (2) $\angle ECD = 90^\circ$

$$\Rightarrow^{(3)} \angle DAC = \angle ECD$$

$$\angle ACD =^{(4)} \angle CAB =^{(5)} \angle BDC$$

$$(3) \angle ACD = \angle BDC \Rightarrow^{(6)} \triangle DAC \sim \triangle ECD \quad (\checkmark)$$



4. א.

ב.

ג.

$$(7) \frac{DC}{ED} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow \frac{DC}{36} = \frac{25}{CD}$$

$$\Rightarrow CD^2 = 25 \cdot 36 \Rightarrow CD = 5 \cdot 6 = 2R \Rightarrow R = 15 \text{ cm}$$

$$(8) AD = \sqrt{30^2 - 25^2} = \sqrt{275}$$

$$S_{\triangle DAC} = \frac{AD \cdot AC}{2} = \frac{\sqrt{275} \cdot 25}{2} \Rightarrow S_{\triangle DAC} = 207.29 \quad (\text{סמ}^2)$$

(1) זווית היקפית הנשענת על קוטר (2) משיק למעגל מאונך לרדיוס המעגל בנקודת ההשקה

(3) כלל המעבר (4) זוויות מתחלפות במקבילים הנחתכים על-ידי ישר שלישי

(5) זוויות היקפיות במעגל הנשענות על אותה קשת (6) משפט דמיון זווית-זווית

(7) יחס הדמיון (8) פיתגורס

צדקה סימטרית

המילה צדקה נרשמת בצופן א'ת ב"ש כך: 'הקדצ'. כלומר: אותן אותיות מהסוף להתחלה. כי מי שנותן - גם מקבל.

גם שורש המילה 'נתינה' הוא 'נתנ' שהיא פלינדרומית ומביעה את אותו רעיון.

גם במצוות מחצית השקל שניתנה לצדקה עבור מנין העם הציווי הוא: 'ונתנו' שהיא פלינדרומית.

וטעמי המקרא עליה הם 'קדמא ואולא' המביעים את אותו רעיון פלינדרומי, שמי שנותן - מקבל.

5. א.

$$(1) MD = \frac{1}{3}AD = \frac{12}{3} \Rightarrow MD = 4\text{cm}$$

$$(1) MC = \frac{2}{3}CE = \frac{2}{3} \cdot 9 \Rightarrow MC = 6\text{cm}$$

$$\triangle CMD: (2) DC^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos 40^\circ = 15.223$$

$$\Rightarrow DC = BD = 3.9025, BC = 2 DC \Rightarrow BC = 7.81\text{cm}$$

$$\triangle CMD: (3) \frac{4}{\sin \angle C} = \frac{3.9025}{\sin 40^\circ}$$

$$\sin \angle C = \frac{4 \sin 40^\circ}{3.9025} = 0.6588 \Rightarrow \angle MCD = 41.21^\circ$$

ב.

ג.

ד.

$$(4) \angle MDC = 180^\circ - 40^\circ - 41.21^\circ = 98.79^\circ \Rightarrow (5) \angle ADB = 180^\circ - 98.79^\circ = 81.21^\circ$$

$$S = \frac{AD \cdot BD \cdot \sin \angle ADB}{2} = \frac{12 \cdot 3.905 \cdot \sin 81.21^\circ}{2} \Rightarrow S_{\triangle ADB} = 23.15 \text{ (סמ"ר)}$$

(1) מפגש תיכוניים מחלק אותם ביחס 1:2 כשהחלק הגדול קרוב לקדקוד (2) משפט הקוסינוסים

(3) משפט הסינוסים (4) השלמה ל- 180° ב- $\triangle MDC$ (5) השלמה ל- 180° של זווית שטוחה

6. א.

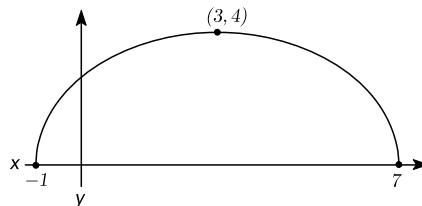
$$f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 7}, \quad -x^2 + 6x + 7 \geq 0, \quad x_{1,2} = \frac{-6 \pm 8}{-2} \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 7$$

$$a = -1 < 0 \Rightarrow \begin{array}{c} + \\ - \quad - \\ -1 \quad 7 \end{array} \Rightarrow -1 \leq x \leq 7$$

ב.

$$f'(x) = \frac{-2x+6}{2\sqrt{-x^2+6x+7}} \stackrel{?}{=} 0 \Rightarrow x = 3, \quad f(-1) = f(7) = 0, \quad f(3) = \sqrt{-9+18+7} = 4$$

$$\min_{ab}(-1, 0), \quad \max_{ab}(3, 4), \quad \min_{ab}(7, 0)$$



ג.

(1) ד.

$$g(x) = \frac{1}{f(x)}, \quad f(x) \neq 0 \Rightarrow -1 < x < 7$$

(2) שורש ריבועי אינו שלילי. גרפים I ו-II מציינים גם ערכים שליליים של $\frac{1}{f(x)}$

ולכן הם נפסלים. גרף III מצייג רק ערכי פונקציה חיוביים - ולכן הוא המייצג את $g(x)$.

7. א.

$$f(x) = \frac{2-x}{(x-1)^2}, \quad (x-1)^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

ב.

$$x=0 \Rightarrow y = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow (0, 2), \quad y=0 \Rightarrow 2-x=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow (2, 0)$$

ג.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x}{(x-1)^2} = \frac{\rightarrow 1}{\rightarrow 0} = \infty \Rightarrow x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-x}{x^2-2x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{x}(\frac{2}{x}-1)}{\cancel{x}(x-2+\frac{1}{x})} = \frac{\rightarrow(0-1)}{\rightarrow(\infty-2+0)} = \frac{\rightarrow(-1)}{\rightarrow\infty} = 0 \Rightarrow y = 0$$

ד.

$$f'(x) = \frac{(-1)(x-1)^2 - 2(x-1)(2-x)}{(x-1)^4} = \frac{-(x-1) - 2(2-x)}{(x-1)^3} = \frac{-x+1-4+2x}{(x-1)^3} = \frac{x-3}{(x-1)^3} \stackrel{?}{=} 0 \Rightarrow x = 3$$

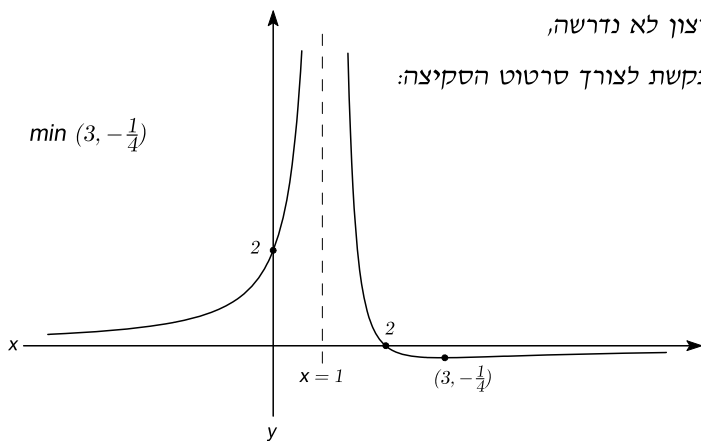
x		1		3	
f'	==+	∅	≠-	0	≠+
f	↗	asym.	↘	min	↗

$$\Rightarrow \nearrow: (x < 1) \cup (x > 3), \quad \searrow: 1 < x < 3$$

ה. נקודת קיצון לא נדרשה,

אבל מתבקשת לצורך סרטוט הסקיצה:

$$f(3) = \frac{-1}{4} \Rightarrow \min(3, -\frac{1}{4})$$



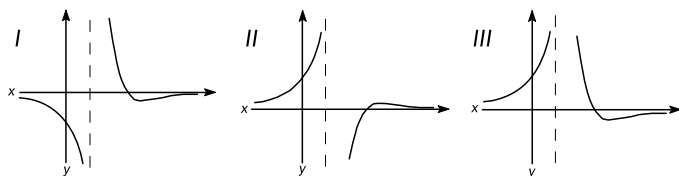
1. גרף I נפסל כי הוא מציג נגזרת שלילית עבור $x < 1$, ששם הפונקציה עולה.

גרף III נפסל כי בסביבת הנקודה שבה $f'(x) = 0$ הוא מראה מעבר נגזרת מחיוביות לשליליות,

ולכן $f(x)$ עוברת מעליה לירידה ולכן יש לה שם נקודת מקסימום מקומית, בניגוד לממצאנו.

גרף II מתאים בכל הממצאים: נגזרת חיובית עבור $x < 1$, ובסביבת הנקודה שבה $f'(x) = 0$

היא עוברת משליליות לחיוביות, ולכן $f(x)$ עוברת מירידה לעליה, מה שמתאים למינימום שמצאנו.



8. א.

$$f(x) = x^2 - 6x + 5, \quad g(x) = x^2 - 10x + a$$

$$f(4) = g(4) \Rightarrow 16 - 24 + 5 = 16 - 40 + a$$

$$-3 = -24 + a \quad / + 24 \Rightarrow a = 21$$

$$g(x) = x^2 - 10x + 21$$

$$f(x) : (0, 5), \quad g(x) : (0, 21) \Rightarrow A(0, 5)$$

$$x_B : y = 5 \Rightarrow x^2 - 10x + 21 = 5 \quad / - 21$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{10 \pm 6}{2} = 5 \pm 3 \Rightarrow x_B = 2$$

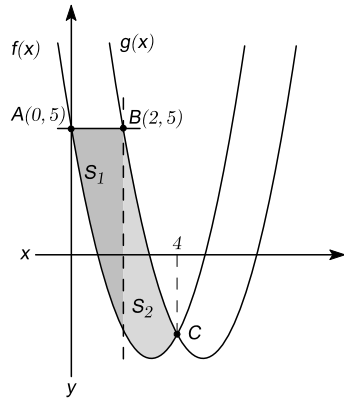
$$S_1 = \int_0^2 (5 - (x^2 - 6x + 5)) dx = \int_0^2 (-x^2 + 6x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 3x^2 \right) \Big|_0^2$$

$$= \left(-\frac{8}{3} + 12 \right) - 0 \Rightarrow S_1 = 9\frac{1}{3}$$

$$S_2 = \int_2^4 (g(x) - f(x)) dx = \int_2^4 ((x^2 - 10x + 21) - (x^2 - 6x + 5)) dx = \int_2^4 (-4x + 16) dx$$

$$= (-2x^2 + 16x) \Big|_2^4 = (-32 + 64) - (-8 + 32) = 32 - 24 \Rightarrow S_2 = 8$$

$$S = S_1 + S_2 = 9\frac{1}{3} + 8 \Rightarrow S = 17\frac{1}{3} \text{ (יחידות ריבועיות)}$$



ב.

בשנת 1966 הצטרף הפרופסור יעקב שוויקה (1936 - עד 120) לפרוייקט הענק - פרוייקט השו"ת - של אוניברסיטת בר-אילן. בשנים 86-74 אף עמד בראש הפרוייקט. היה זה אחד המיזמים הראשונים והגדולים בעולם לאחזור מידע בטקסט מלא. אי"שם בשנות ה-70 ביקר במחלקה למדעי המחשב הרב עובדיה יוסף ז"ל. הרב יוסף הביע את התפעלותו כפרופסור שוויקה הציג בפניו יכולת של י.ב.מ. להדפיס את כל ספרו 'יביע אומר' בתוך עשר דקות, בקצב של 3,000 שורות ברקה. באותו מעמד נערכה 'תחרות' בין המחשב לבין הרב יוסף למציאת מקורות הלכתיים לשאלה כלשהי בהלכה שנדונה בספרו. הרב יוסף שלף מוכרונו הגאוני את כל המקורות שהוא יודע עליהם. היו אלו בריוק אותם מקורות שגם המחשב ידע עליהם, ובכל זאת המחשב ניצח: הוא הביא עוד שני מקורות שהרב עובדיה יוסף לא הביא: שניהם מהרב עובדיה יוסף עצמו...