

פתרון מבחן 3

1. א. (1)

$$m_t = m_0 \cdot q^t \Rightarrow m_3 = N \cdot 1.08^3, -42,985.6 \Rightarrow 1.2597 N - 42,985.6 \text{ (שקלים)}$$

(2) נביט על הקרן כמחולקת לשני חלקים:

x - החלק שנפרע לאחר שלוש שנים, y - החלק שנפרע לאחר חמש שנים.

קרן ההלוואה שנפרעה לאחר שלוש שנים:

$$m_2 = x \cdot 1.08^3 = 42,985.6 \Rightarrow x = 34,123.36$$

קרן ההלוואה שנפרעה לאחר חמש שנים:

$$m_5 = y \cdot 1.08^5 = 23,328 \Rightarrow y = 15,876.64$$

$$34,123.36 + 15,876.64 = 50,000 \text{ (שקלים)}$$

ב.

$$m_0 = 1, m_t = 2, q = 1.08, t = ? \Rightarrow 1 \cdot 1.08^t = 2 \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{\ln 1.08} \Rightarrow t = 9.0065 \text{ (שנים)}$$

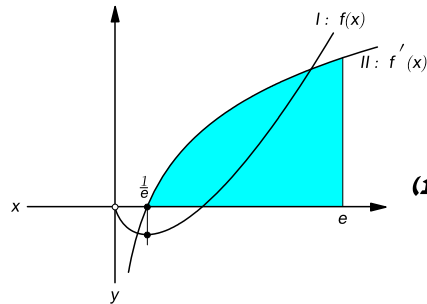
2. א.

$$f(x) = x \ln x \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 1 + \ln x$$

$$f(e) = e \cdot \ln e = e \cdot 1 = e, f'(e) = 1 + \ln e = 2$$

$$\Rightarrow f(e) > f'(e) \Rightarrow f(x) \leftrightarrow I$$



ב. (1)

(2)

$$f'(x) = 1 + \ln x \stackrel{?}{=} 0 \Rightarrow \ln x = -1 \Rightarrow x = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

x		0		$\frac{1}{e}$	
f'	\emptyset	\emptyset	-	0	+
f	\emptyset	\emptyset	\	min	/

$$\Rightarrow f: \searrow: 0 < x < \frac{1}{e}, \nearrow: x > \frac{1}{e}$$

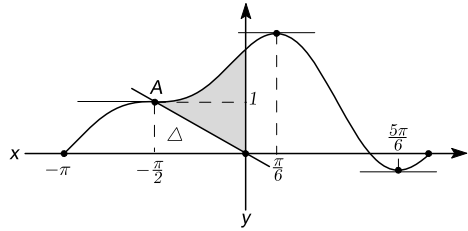
ג.

$$S = \int_{\frac{1}{e}}^e f'(x) dx = x \ln x \Big|_{\frac{1}{e}}^e = f(x) \Big|_{\frac{1}{e}}^e = e \cdot \ln e - \frac{1}{e} \cdot \ln \frac{1}{e} = e \cdot 1 - \frac{1}{e} \cdot (-1)$$

$$\Rightarrow S = e + \frac{1}{e} = 3.0862 \text{ (יחידות ריבועיות)}$$

$$f(x) = a \cos x + \frac{1}{2} \sin 2x + 1, \quad -\pi \leq x \leq \pi$$

$$y_A = f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0 + \frac{1}{2} \cdot 0 + 1 = 1$$



$$S = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \left(a \cos x + \frac{1}{2} \sin 2x + 1 \right) dx - S_{\Delta}$$

$$= \left(a \sin x - \frac{1}{4} \cos 2x + x \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 - \frac{\frac{\pi}{2} \cdot 1}{2}$$

$$= \left(a \cdot 0 - \frac{1}{4} \cdot 1 + 0 \right) - \left(a \cdot (-1) - \frac{1}{4} \cdot (-1) - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{\pi}{4}$$

$$= -\frac{1}{4} + a - \frac{1}{4} + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = a - \frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \quad / + \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1$$

נתון

ב.

$$f(x) = \cos x + \frac{1}{2} \sin 2x + 1$$

$$f'(x) = -\sin x + \frac{1}{2} \cos 2x \cdot 2 = \boxed{\cos 2x - \sin x} \stackrel{?}{=} 0$$

$$1 - 2 \sin^2 x - \sin x = 0 \Rightarrow 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$(\sin x)_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{4} \Rightarrow (1) \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{6}$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \Rightarrow x_2 = \frac{5\pi}{6}$$

$$(2) \sin x = -1 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$$

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{5\pi}{6}$		π
f'		+	0	+	0	-	0	+	
f		↗	infl.	↗	max	↘	min	↗	

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{\pi}{6}, \quad x_{\min} = \frac{5\pi}{6}$$

(inflection - פיתול)

ג. שלושה משיקים:

בנקודות שבהן $f'(x) = 0$ - שניים בנקודות הקיצון ועוד אחד בנקודת הפיתול. ראה ציור.

"Never in the field of human conflict was so much owed by so many to so few"

(מעולם בסכסוך אנושי, לא חבו רבים כל כך, הרבה כל כך, למעטים כל כך.)

וינסטון צ'רצ'יל, 20.8.1940, על הטייסים הבריטים בקרב על בריטניה.