

חוברת הפתרונות של מועד זה הוכנה בלחץ של זמן.

ההגהה הסופית עליה לא היתה מנוצה.

חלק מנהחבורות הודפסו ביום שלישי 30.5 וחלק - ביום רביעי 31.5 .

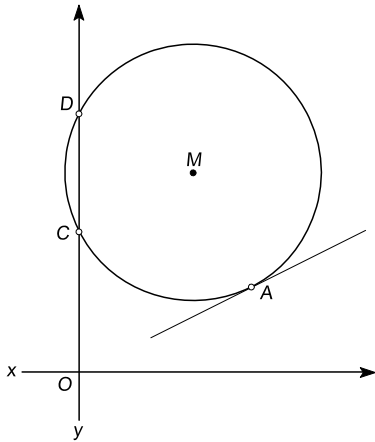
בלילה שבין שני מועדים אלו תוקנו מספר טעויות ושודרג אחד הפתרונות.

כאן מובאים אותם תיקונים ואותו שידדוג שבהדפסה השניה.

הגרסה שמועלית באתר ההוצאה תהיה כמובן הגרסה הסופית המתוקנת.

כמובן שגם בספרי המהדורה הבאה תובא הגרסה המעודכנת.

3. בציור שלפניך מתואר המעגל  $(x-4)^2 + (y-7)^2 = R^2$ , שמרכזו בנקודה  $M$ .



הנקודה  $A(6,3)$  נמצאת על המעגל.

$O$  היא ראשית הצירים.

א. (1) חשב את רדיוס המעגל.

(2) כתוב את משוואת המעגל.

המעגל חותך את ציר  $y$  בנקודות  $C$  ו- $D$ .

ב. מצא את שיעורי הנקודות  $C$  ו- $D$ .

דרך הנקודה  $A$  העבירו משיק למעגל.

ג. (1) מצא את שיפוע המשיק.

(2) מצא את משוואת המשיק.

(3) האם המשיק עובר בראשית הצירים? נמק.

ד. חשב את היקף המרובע  $AMCO$ .

### חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = 3\sqrt{x}$ .

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

ב. העבירו משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = 4$ .

(1) מצא את שיפוע המשיק.

(2) מצא את משוואת המשיק.

ג. (1) הראה שלפונקציה  $f(x)$  אין נקודות קיצון פנימיות.

(2) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

היה לי פעם יריד חביב, אברהם יעקב ז"ל, בן למעלה מ-80.

כששאלו אותו לגילו, היה עונה להם שהוא יותר קרוב ל-70 שנה מאשר ל-60 שנה.

### השאלות

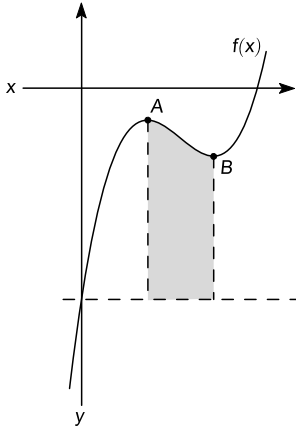
3. א. (1)  $R = \sqrt{20}$  (יחידות אורך) (2)  $(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$  (3)  $C(0,5)$ ,  $D(0,9)$

ג. (1)  $m = \frac{1}{2}$  (2)  $y = \frac{1}{2}x$  (3) כן (4) 20.65 (יחידות אורך)

4. א.  $x \geq 0$  ב. (1)  $m = \frac{3}{4}$  (2)  $y = \frac{3}{4}x + 3$  ג. (2)  $\emptyset$ ,  $x > 0$

ג. (1)  ~~$m = \frac{1}{2}$~~  (2)  ~~$y = \frac{1}{2}x$~~  (3) ~~כן~~ (4) ~~20.65~~ (יחידות אורך)

5. בצויר שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 6$ .



דרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר  $y$  העבירו ישר המקביל לציר  $x$ .

א. מצא את משוואת הישר המקביל.

ב. מצא את שיעורי הנקודות  $A$  ו- $B$  הן נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .

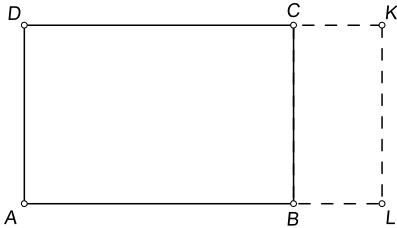
ג. מצא את שטח האזור הנקודות  $A$  ו- $B$ .

ד. חשב את השטח האזור הנקודות  $A$  ו- $B$  העבירו אנכים לישר המקביל.

ה. חשב את השטח האזור הנקודות  $A$  ו- $B$  העבירו אנכים לישר המקביל.

ו. חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

ועל-ידי הישר המקביל לציר  $x$ .



6. ABCD הוא מלבן ששטחו 25.

נסמן את אורך הצלע  $AB$  ב- $x$ .

א. הבע באמצעות  $x$  את אורך הצלע  $AD$ .

ב. האריכו כל אחת מן הצלעות  $AB$  ו- $DC$  ב-2,

כך שהתקבל מלבן חדש -  $ALKD$ .

ג. (1) הבע באמצעות  $x$  את היקף המלבן  $ALKD$ .

(2) מצא את אורך הצלע  $AB$  שעבורה היקף המלבן  $ALKD$  הוא מינימלי.

### בהצלחה

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך, התרבות והספורט

### ההבדל בין תרבות ישראל לתרבות יוון

הרב שלמה גורן ז"ל (1918-1994) הגדיר את מלחמת התרבות ההיסטורית בין ישראל ליוון כך:

לפי תרבות יוון: מה שיפה - טוב. לפי תרבות ישראל: מה שטוב - יפה.

### שאלות

5. א.  $y = -6$  ב.  $A(1, -1)$ ,  $B(2, -2)$  ג.  $S = 4\frac{1}{2}$  (יחידות ריבועיות)

6. א.  $AD = \frac{25}{x}$  (יחידות אורך) ב.  $2x + 4 + \frac{50}{x}$  (יחידות אורך) (2)  $AB_{\min} = 5$  (יחידות אורך)

$$(x-4)^2 + (y-7)^2 = R^2$$

$$\begin{aligned} A(6,3) &\Rightarrow (6-4)^2 + (3-7)^2 = R^2 \\ &\Rightarrow 4 + 16 = R^2 \Rightarrow R^2 = 20 \\ &\Rightarrow R = \sqrt{20} \text{ (יחידות אורך)} \end{aligned}$$

$$(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

$$\begin{aligned} x_C = x_D = 0 &\Rightarrow (0-4)^2 + (y-7)^2 = 20 \\ &\Rightarrow 16 + (y-7)^2 = 20 \quad / -16 \end{aligned}$$

$$(y-7)^2 = 4 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow y-7 = \pm 2 \quad / +7 \Rightarrow \begin{aligned} (1) \quad y &= 2+7 \Rightarrow y_1 = 9 \\ (2) \quad y &= -2+7 = 5 \Rightarrow y_2 = 5 \end{aligned}$$

$$y_D > y_C \Rightarrow y_C = 5, \quad y_D = 9 \Rightarrow C(0,5), \quad D(0,9)$$

ג. (1) משיק למעגל מאונך לרדיוס המעגל בנקודת ההשקה. סימון המשיק:  $\tan$ .

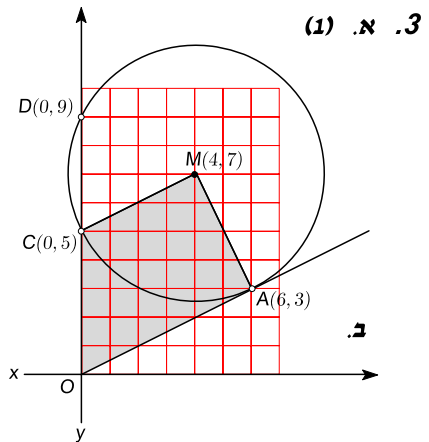
$$M(4,7) \Rightarrow m_{MA} = \frac{7-3}{4-6} = \frac{4}{-2} = -2; \quad MA \perp \tan. \Rightarrow m_{\tan} = \frac{1}{2}$$

$$A(6,3) \Rightarrow y-3 = \frac{1}{2}(x-6) \Rightarrow y-3 = \frac{1}{2}x-3 \quad / +3 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x$$

כ. (3) אם נציב  $x=0$  במשוואת המשיק נקבל:  $y = \frac{1}{2} \cdot 0 = 0$ , הרי שהוא עובר ב- $(0,0)$ .

$$MC = MA = R = \sqrt{20}, \quad CO = y_C = 5, \quad AO = \sqrt{(6-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$$

$$AM + MC + CO + OA = \sqrt{20} + \sqrt{20} + 5 + \sqrt{45} = 20.65 \text{ (יחידות אורך)}$$



ב.

ד.

א. 4

$$f(x) = 3\sqrt{x}, \quad \sqrt{\quad} \Rightarrow x \geq 0$$

$$f'(x) = 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow m = f'(4) = \frac{3}{2\sqrt{4}} = \frac{3}{2 \cdot 2} \Rightarrow m = \frac{3}{4}$$

$$f(4) = 3 \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6 \Rightarrow (4,6) \Rightarrow y-6 = \frac{3}{4}(x-4)$$

$$\Rightarrow y-6 = \frac{3}{4}x-3 \quad / +6 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x+3$$

ג. (1) הנגזרת  $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}}$  אינה מתאפסת בכל תחום הגדרתה,

כי כדי שהמונה תהיה 0 - המונה צריך להיות שווה ל-0, אבל הוא שווה לקבוע 3.

אם הנגזרת אינה מתאפסת - אין נקודות קיצון פנימיות.

(2) הנגזרת חיובית בכל התחום  $x > 0$  ( $\sqrt{x} \geq 0$ ) ולכן:  $\searrow$ :  $\emptyset$ ,  $\nearrow$ :  $x > 0$

3. א. x - מספר האפרסקים שהיו בסל

$$P = \frac{2}{x+2} \cdot \frac{1}{x+1} = \frac{1}{36} \quad / \cdot 36(x+2)(x+1) \Rightarrow 72 = x^2 + x + 2x + 2 \Rightarrow x^2 + 3x - 70 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 17}{2}, \quad x > 0 \Rightarrow x = \frac{14}{2} \Rightarrow x = 7 \text{ (אפרסקים)}$$

ב. הגדרת מאורעות: A - הוציאה תפוח, B - הוציאה אפרסק, 1, 2 - פעם ראשונה/שנייה

$$P = P(A_1 \cap A_2) + P(B_1 \cap A_2) = \frac{1}{36} + \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{36} + \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{36} + \frac{7}{36} = \frac{8}{36} \Rightarrow P = \frac{2}{9}$$

ג. (1)

$$P = P(A_1 \cap A_2) + P(B_1 \cap B_2) = \frac{1}{36} + \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{1}{36} + \frac{7}{9} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{36} + \frac{21}{36} = \frac{22}{36} \Rightarrow P = \frac{11}{18}$$

(2) הגדרת מאורעות: C - שני אפרסקים, D - שני פירות מאותו סוג

$$P(C) = P(B_1 \cap B_2) = \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{7}{9} \cdot \frac{3}{4} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}, \quad P(D) = \frac{11}{18}$$

$$P(C/D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{P(C)}{P(D)} = \frac{\frac{7}{12}}{\frac{11}{18}} = \frac{7}{12} \cdot \frac{18}{11} = \frac{7 \cdot 18}{12 \cdot 11} = \frac{126}{132} \Rightarrow P = \frac{21}{22}$$

$$\angle ABD = \overset{(1)}{\alpha}, \quad \angle AMC = \overset{(2)}{2\alpha} \Rightarrow \overset{(3)}{\angle ABC} = \alpha$$

$$\Rightarrow \angle ABD = \angle ABC \quad (\checkmark)$$

$$\angle CBD = \angle CMA = 2\alpha, \quad \angle C = \overset{(4)}{\angle C}$$

$$\Rightarrow \overset{(5)}{\triangle CBD} \sim \triangle CMA \quad (\checkmark)$$

$$\angle AMC = \angle DBC (= 2\alpha) \Rightarrow \overset{(6)}{MA} \parallel BD$$

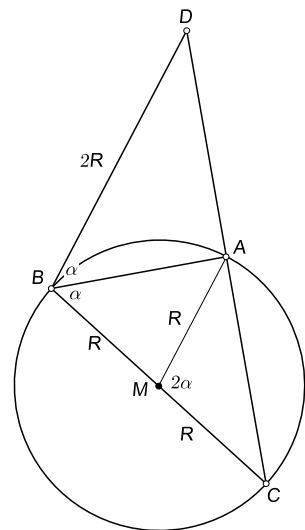
$$MB = MC = R \Rightarrow \overset{(7)}{AM} \text{ קטע אמצעים} \quad (\checkmark)$$

$$MA = MB = \overset{(2)}{AB} (= R) \Rightarrow \overset{(8)}{\alpha} = 60^\circ \Rightarrow 2\alpha = 120^\circ$$

$$BD = \overset{(9)}{2} MA = 2R$$

$$S_{\triangle CBD} = \frac{BC \cdot BD \cdot \sin 120^\circ}{2} = \frac{2R \cdot 2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \Rightarrow S_{\triangle CBD} = R^2 \sqrt{3} \text{ (יחידות ריבועיות)}$$

(אפשר גם:  $S_{\triangle} = \frac{CD \cdot BA}{2}$  ,  $AC = AD$  ,  $AB \perp CD$  , ופיתגורס על  $\triangle ABC$ )



4. א.

ב.

ג.

ד.

(1) סימון (2) נתון (3) זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת

(4) זווית משותפת (5) משפט דמיון זווית-זווית

(6) אם זוויות מתאימות בשני ישרים, הנחתכים ע"י ישר שלישי, שוות זו לזו - הישרים מקבילים זה לזה

(7) קטע במשולש המחבר אמצע צלע אחת לצלע אחרת ומקביל לצלע השלישית - הוא קטע אמצעים

(8) זווית במשולש שווה-צלעות (9) קטע אמצעים במשולש שווה למחצית הצלע השלישית

$$AD = {}^{(1)} BC = {}^{(2)} 10, AB = 15, \angle A = \alpha$$

$$S_{\triangle BAD} = \frac{10 \cdot 15 \cdot \sin \alpha}{2}$$

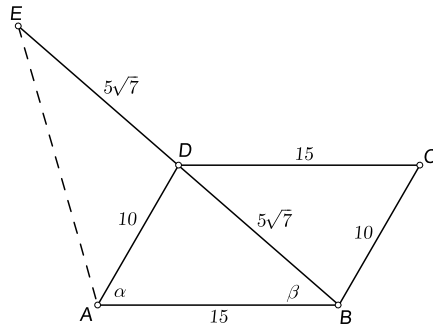
$$\Rightarrow S_{\triangle BAD} = 75 \sin \alpha \text{ (יחידות ריבועיות)}$$

$$(3) \triangle ABD \cong \triangle CDB$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 2 S_{\triangle BAD} = 150 \sin \alpha$$

$$150 \sin \alpha = {}^{(2)} 75\sqrt{3} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \alpha < 90^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

ב.



ג.

$$\triangle ABD: BD^2 = {}^{(4)} 10^2 + 15^2 - 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot \cos 60^\circ = 175 = 25 \cdot 7 \quad \sqrt{\quad}$$

$$\Rightarrow BD = 5\sqrt{7} \text{ (יחידות אורך)}$$

$$(5) \angle ABE = \beta \quad (1) \quad \cdot 7$$

$$\triangle ABD: \frac{10}{\sin \beta} = \frac{5\sqrt{7}}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \sin \beta = \frac{10 \sin 60^\circ}{5\sqrt{7}} = 0.6547$$

$$\beta_1 = 40.89^\circ, \quad \boxed{\beta_2} = 139.12^\circ \Rightarrow \alpha + \beta_2 > 180^\circ \Rightarrow \beta = 40.89^\circ$$

(2)

$$\triangle EAB: AE^2 = {}^{(4)} 700 + 225 - 2 \cdot 10\sqrt{7} \cdot 15 \cdot \cos 40.89^\circ = 324.97 \quad \sqrt{\quad} \Rightarrow AE = 18.03$$

$$(6) \frac{AE}{\sin \beta} = 2R \Rightarrow \frac{18.03}{\sin 40.89^\circ} = 2R \quad / : 2 \Rightarrow R = 13.77 \text{ (יחידות אורך)}$$

(1) צלעות נגדיות במקבילית - שוות זו לזו (2) נתון

(3) משפט חפיפה צלע-צלע-צלע: נימוק (1) וצלע משותפת (4) משפט הקוסינוסים (5) סימון

(6) משפט הסינוסים

### ספרטנים

כשפיליפוס מלך מוקדון (המאה הרביעית לפנה"ס) ערך מסע ביוון, הוא שלח אוליטימטום לספרטה,

ואיים: "אם אפלוש לביתכם, אני אשמיד הכל, כך שלא תוכלו להתאושש ולקום שנית".

במכתב תשובה ששלחו לו הספרטנים היתה מילה אחת: "אם" . . .

כשהפרסים דרשו מהספרטנים למסור את נשקם לאות כניעה, הם ענו להם: "בואו וקחו אותנו" . . .

א. 7.

$$f(x) = x^3 \cdot \sqrt{x+a}, \quad \sqrt{\quad} \Rightarrow x+a \geq 0 \Rightarrow x \geq -a$$

ב.

$$f(2) = 24 \Rightarrow f(2) = 8 \cdot \sqrt{2+a} = 24 \quad /: 8 \Rightarrow \sqrt{2+a} = 3 \quad /(\quad)^2$$

$$\Rightarrow 2+a = 9 \Rightarrow a = 7$$

ג. (1)

$$f(x) = x^3 \cdot \sqrt{x+7}, \quad x \geq -7$$

$$y = 0 \Rightarrow (1) x^3 = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow (0, 0), (-7, 0)$$

$$(2) \sqrt{x+7} = 0 \Rightarrow x = -7$$

(2)

$$f'(x) = 3x^2 \cdot \sqrt{x+7} + x^3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+7}} = \frac{6x^2(x+7) + x^3}{2\sqrt{x+7}}$$

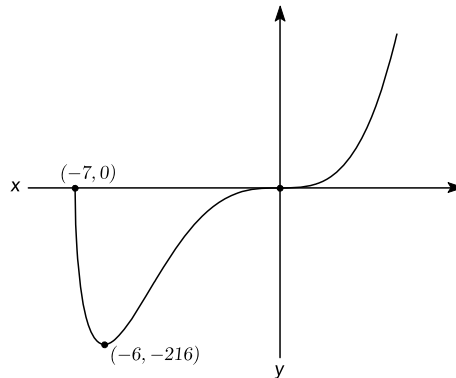
$$= \frac{6x^3 + 42x^2 + x^3}{2\sqrt{x+7}} = \frac{7x^3 + 42x^2}{2\sqrt{x+7}} = \frac{7x^2(x+6)}{2\sqrt{x+7}} \stackrel{?}{=} 0$$

$$(1) x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0, \quad (2) x+6 = 0 \Rightarrow x_2 = -6$$

x	-7		-6		0	
f'		$\frac{-}{+} = -$	0	$\frac{+}{+} = +$	0	$\frac{+}{+} = +$
f	max <sub>ep.</sub>	$\searrow$	min	$\nearrow$	0	$\nearrow$

$$f(-6) = -216 \cdot 1 = -216$$

$$\Rightarrow \max_{ep.}(-7, 0), \quad \min(-6, -216)$$



(3)

(4)

מציור גרף הפונקציה:  $-7 < x < 0$ ,  $+ : x > 0$

$$g(x) = f(x) + c \quad \text{ד.}$$

הפונקציה  $g(x)$  מעלה או מורידה את הגרף של  $f(x)$  ב-  $c$  שְׁנֵתוֹת.

נקודת המינימום של  $f(x)$  נמצאת מתחת לציר  $x$  במרחק של 216 יחידות אורך.

לכן כדי שהיא 'תִּיגַע' בציר  $x$  (תשיק לו), יש להעלותה (יחד עם כל גרף  $f(x)$ ) 216 שְׁנֵתוֹת.

זה בדיוק מה שעושה הפונקציה  $g(x)$  ל-  $f(x)$  עבור  $c = 216$ .

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2x}{\ln x - 2}$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. (1) האם גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את הצירים?  
 אם כן, מצא את נקודות החיתוך. אם לא - נמק.
- (2) לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אנכית אחת. מצא את משוואתה.
- (3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.
- (4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ ?
- (5) חשב את  $f(0.1)$  וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g'(x) = f(x)$ .
- ג. מהו תחום העלייה של הפונקציה  $g(x)$ ?

### בהצלחה

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך, התרבות והספורט

#### הקול המכריע

בכ"ב בכסלו התש"י הודיע ראש הממשלה, דוד בן גוריון, מעל במת הכנסת, כי ירושלים תחזור להיות בירת ישראל, הכנסת (שהיתה אז עדיין בתל-אביב) תחזור לירושלים וכן יעברו אליה משרדי הממשלה. הכנסת אישרה את הודעתו פה אחד. היתה זו תגובה להחלטת עצרת האו"ם ארבעה ימים קודם לכן כי יש לקיים את החלטת האו"ם מה- 29.11.1947 לפיה ירושלים וסביבתה יהיו תחת משטר בינלאומי. שגריר ארה"ב מיהר בתגובה להריץ איגרת לראש הממשלה ובה אולטימטום אמריקאי נוקשה נגד מדיניות ישראל בירושלים. משרד החוץ האמריקאי הזהיר מפני "מעשים פזיזים בשאלת ירושלים העוללים ללבנות את האש".

בן גוריון ישב בחדרו ועיין בספר התנ"ך כשמוזכרו הביא לו את המברק עם האזהרה של משרד החוץ הישראלי שבישרה לו כי להצעה הישראלית בנושא ירושלים יש סיכוי לקבל קול אחד בלבד - הקול של משלחת ישראל.

בן גוריון העיף מבט בספר התנ"ך הפתוח שמולו, ופלט: "כן, אבל זה הקול המכריע!".

### תולדות

5. א.  $(0 < x < e^2) \cup (x > e^2)$
- ב. (1) לא (2)  $x = e^2$  (3)  $\min(e^3, 2e^3)$
- (4)  $x > e^3$  ;  $\therefore (0 < x < e^2) \cup (e^2 < x < e^3)$  ; (5)  $f(0.1) = -0.0465$
- ג.  $x > e^2$



**פתרון - 482 (805)**

$a_1 = 0, a_{n+1} = a_n + 3 ; b_n = a_n + a_{n+1}$  **1. א. (1)**

$b_n = a_n + a_{n+1} = a_n + (a_n + 3) \Rightarrow b_n = 2a_n + 3 (\checkmark)$

**(2)**

$b_{n+1} - b_n = (2a_{n+1} + 3) - (2a_n + 3) = 2a_{n+1} - 2a_n = 2(a_n + 3) - 2a_n$

$\Rightarrow d = b_{n+1} - b_n = 6 (\checkmark)$

$b_1 = 2a_1 + 3 = 2 \cdot 0 + 3 \Rightarrow b_1 = 3$

**1. ב. (1)**

$b_1 + b_m = 120 \Rightarrow 3 + (3 + 6 \cdot (m - 1)) = 120 \Rightarrow 3 + 3 + 6m - 6 = 120$

$\Rightarrow 6m = 120 / : 6 \Rightarrow m = 20$

**(2)**

$S = b_{21} + b_{22} + \dots + b_{40} = S_{40} - S_{20} = \frac{40}{2}(2 \cdot 3 + 6 \cdot 39) - \frac{20}{2}(2 \cdot 3 + 6 \cdot 19)$

$S = 20(6 + 234) - 10(6 + 114) = 20 \cdot 240 - 10 \cdot 120 = 4800 - 1200 \Rightarrow S = 3600$

**2. א.** עקב גובה פירמידה ריבועית ישרה (M) הוא מפגש אלכסוני הבסיס.

$EM = (1) AC = (2) 2 MC \Rightarrow MC = \frac{EM}{2}$

$\triangle EMC : \operatorname{tg} \alpha = \frac{EM}{MC} = \frac{EM}{\frac{EM}{2}} = \frac{2EM}{EM} = 2 \Rightarrow \alpha = 63.43^\circ$

$(3) MK = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$

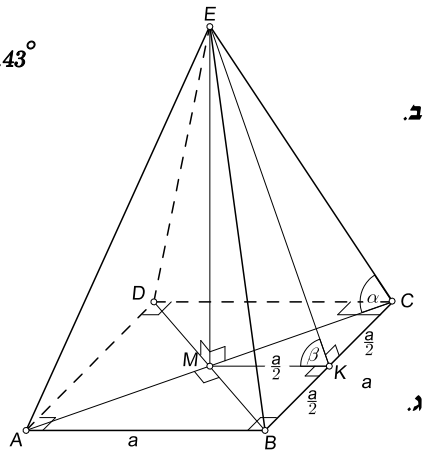
$\triangle ABC : (4) AC = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$

$EM = (1) AC = a\sqrt{2}$

$\triangle EMK : \operatorname{tg} \beta = \frac{EM}{MK} = \frac{a\sqrt{2}}{\frac{a}{2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \beta = 70.53^\circ$

$\triangle EMK : (4) EK = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (a\sqrt{2})^2}$   
 $= \sqrt{\frac{a^2}{4} + 2a^2} = \sqrt{\frac{9}{4}a^2} = \frac{3}{2}a$

$S = 4 \cdot S_{\triangle EBC} = 4 \cdot \frac{a \cdot EK}{2} = 2a \cdot \frac{3}{2}a = 3a^2 = 36.75 / : 3 \Rightarrow a^2 = 12.25 / \sqrt{\quad} \Rightarrow a = 3.5 \text{ cm}$



**ב.**

**ג.**

(1) נתון (2) אלכסוני ריבוע שווים זה לזה, מאונכים זה לזה וחוצים זה את זה

(3) גובה לבסיס במשולש שווה-שוקיים הוא גם תיכון:  $BK = KC$  קטע אמצעים ב- $\triangle ABC$ .

ככזה הוא שווה למחצית המלע השלישית:  $MK = \frac{a}{2}$  (4) פיתגורס

**פתרון - 582 (807)**

1. א.  $\frac{PA}{PB} = 1 \Rightarrow PA = PB$  .  $A(-3a, 0)$  ,  $B(3, 0)$  . סימון: C - אמצע הקטע AB . המקום הגאומטרי של כל הנקודות P הנמצאות במרחקים שווים משתי נקודות נתונות (A ו-B) הוא האנך האמצעי לקטע שבינן שתי נקודות אלו. שתי הנקודות נמצאות על ציר x ( $y_A = y_B = 0$ ). לכן האנך האמצעי לקטע AB מקביל לציר y או מתלכד איתו, ומשוואתו היא: קבוע  $x$  . הקבוע הוא שיעור x של אחת הנקודות שעליו. במקרה שלנו - שיעור x של הנקודה C :  
 (שיפור פתרון. לא תיקון טעות.)  $C(-\frac{3a+3}{2}, \frac{0+0}{2}) \Rightarrow x_C = \frac{3}{2}(1-a) \Rightarrow x = \frac{3}{2}(1-a)$

ב.

$$Q(x, y), \frac{QA}{QB} = 2 \Rightarrow QA = 2QB \Rightarrow QA^2 = 4QB^2$$

סימון

$$(x + 3a)^2 + y^2 = 4((x - 3)^2 + y^2) \Rightarrow x^2 + 6ax + 9a^2 + y^2 = 4x^2 - 24x + 36 + 4y^2$$

$$3x^2 - 6ax - 24x + 3y^2 = 9a^2 - 36 \quad / : 3 \Rightarrow x^2 - 2ax - 8x + y^2 = 3a^2 - 12$$

$$\Rightarrow x^2 - 2(a+4)x + y^2 = 3a^2 - 12$$

$$(x - (a+4))^2 - (a+4)^2 + y^2 = 3a^2 - 12$$

השלמה לריבוע

$$(x - (a+4))^2 + y^2 = (a+4)^2 + 3a^2 - 12$$

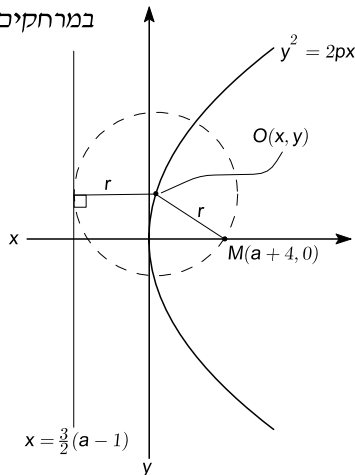
$$= a^2 + 8a + 16 + 3a^2 - 12 = 4a^2 + 8a + 4 = 4(a+1)^2$$

$$\Rightarrow (x - (a+4))^2 + y^2 = (2a+2)^2 \Rightarrow M(a+4, 0), R = 2(a+1)$$

(יחידות אורך)

ג. (1) בגלל ההשקה והגדרת המעגל, מרחק מרכז מעגל כזה (O בציר) מהקו  $x = \frac{3}{2}(a-1)$  שווה למרחקו מהנקודה  $M(a+4, 0)$ .

זו בדיוק הגדרת פרבולה: המקום הגאומטרי של כל הנקודות הנמצאות במרחקים שווים מישר (מדריך) ומנקודה (מוקד).



(2)

מוקד:

$$M(\frac{p}{2}, 0) \Rightarrow (I) \frac{p}{2} = a + 4$$

מדריך:

$$x = \frac{3}{2}(1-a) \Rightarrow (II) -\frac{p}{2} = \frac{3}{2}(1-a)$$


---


$$(I) + (II) \Rightarrow 0 = 5.5 - 0.5a \Rightarrow a = 11$$

$$(I) \frac{p}{2} = 11 + 4 \Rightarrow p = 30$$

$$y^2 = 2px = 2 \cdot 30x \Rightarrow y^2 = 60x$$