

**אלגברה - סדרות - המוגדרות לפי כלל נסיגה**

1. (5 יח', קיץ תשנ"א - 91) סדרה מוגדרת לכל  $n$  טבעי על-ידי הכלל:  $a_n + a_{n+1} = 3n - 5$ .

נסמן:  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$

א. הראה כי: (1)  $S_{2n} = 3n^2 - 5n$  (2)  $S_{2n+1} = a_1 + 3n^2 - 2n$

ב. נתון:  $a_1 = -2$ . חשב את  $a_{101}$ .

2. (5 יח', קיץ תשנ"ב - 92) נתונה הסדרה:  $a_{n+1} = 3n - a_n$ ,  $a_1 = c$ .

א. הראה כי האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים מהווים סדרה חשבונית,

וכי גם האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים מהווים סדרה חשבונית.

ב. חשב את סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה, אם נתון ש- $n$  מספר זוגי.

הראה שסכום זה בלתי תלוי ב- $c$ .

3. (4 יח', קיץ תשנ"ג - 93) נתונה הסדרה:  $a_{n+1} = 5 + 2n - a_n$ ;  $a_1 = 9$ .

א. חשב את  $a_2$  ואת  $a_3$ .

ב. הוכח כי האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים מהווים סדרה חשבונית, וגם האיברים

העומדים במקומות הזוגיים מהווים סדרה חשבונית. הדרכה: הבע את  $a_{n+2}$  באמצעות  $a_n$ .

ג. חשב את  $a_{99}$ .

4. (5 יח', קיץ תשנ"ג - 93) נתונה הסדרה:  $a_{n+1} = \frac{2^n}{2a_n}$ ,  $a_1 = 1$ .

א. הוכח שהסדרה החלקית  $a_1, a_3, a_5, \dots$  היא סדרה הנדסית.

ב. הוכח שכל איבר הנמצא במקום זוגי בסדרה הנתונה שווה לאיבר הקודם לו בסדרה.

5. (4 יח', קיץ תשנ"ד - 94) נתונה הסדרה:  $a_{n+1} = 2a_n + n^2 - 7$ . נתון כי  $a_3 = k$ .

א. מצא את הערך של  $k$  שעבורו  $a_3, a_4, a_5$  הם שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית,

וחשב את מנת הסדרה.

ב. חשב את  $a_6$  לפי נוסחת הנסיגה הנתונה, וקבע אם גם  $a_3, a_4, a_5$  יהיו ארבעה

איברים עוקבים בסדרה ההנדסית שמצאת בסעיף א'. נמק.

השניה הראשונה

00:00:01

שאלות

3. א.  $a_3 = 11$ ,  $a_2 = -2$ , ג.  $a_{99} = 107$

1. ב.  $a_{101} = 148$

5. א.  $k = \frac{4}{3}$ ,  $q = 4\frac{1}{2}$ , ב.  $a_6 = 50.4$ ; לא

2. ב.  $S_n = \frac{3n^2}{4}$

6. (4 יח', קיץ תשנ"ה - 95) נתונה הסדרה:  $a_{n+1} = 5n - a_n + 2$ ,  $a_1 = -3$ .

א. חשב את חמשת האיברים:  $a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ .

ב. הוכח כי  $a_{n+2} - a_n = 5$ .

ג. סדרת האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים היא:  $a_1, a_3, a_5, \dots$ .

חשב את הסכום של 40 האיברים הראשונים בסדרה זו. היעזר בסעיפים הקודמים.

7. (4 יח', קיץ תשנ"ו - 96) סדרה מקיימת לכל  $n$  טבעי:  $a_{n+1} = a_n + 3n - 4$ .

א. נתון:  $a_{29} = k$ . בטא באמצעות  $k$  את  $a_{30}$  ואת  $a_{28}$ .

ב.  $a_{28}, a_{29}, a_{30} + x$  הינם שלושה איברים עוקבים בסדרה חשבונית. מצא את  $x$ .

8. (4 יח', חורף תשנ"ז - 97) סדרה מוגדרת על-ידי כלל נסיגה:  $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n - \frac{1}{2}$ ,  $a_1 = 5$ .

א. הוכח כי הסדרה המוגדרת על-ידי  $b_n = a_n + 1$  היא סדרה הנדסית יורדת.

ב. חשב בעזרת סעיף א' את הסכום של הטור האינסופי  $b_1 + b_2 + b_3 + \dots$ .

9. (5 יח', חורף תשנ"ז - 97) נתונה הסדרה:  $a_{n+1} = 3a_n - 8$ ,  $a_1 = 6$ .

א. הוכח כי הסדרה המוגדרת על-ידי הכלל  $b_n = a_n - 4$  היא סדרה הנדסית.

ב. מצא נוסחה ל- $a_n$  באמצעות  $n$ .

ג. הוכח כי סכום  $2n$  האיברים:  $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_{2n-1} - a_{2n}$  הוא:  $\frac{1}{2}(1 - 3^{2n})$ .

10\*. (4 יח', קיץ תשנ"ז - 97) נתונה הסדרה:  $a_{n+2} = a_n + n + 3$ , ונתון:  $a_4 = t$ ,  $a_5 = k$ .

מצא את  $t$  ו- $k$ , אם נתון גם ש:  $a_4, a_5, a_6$  הם איברים עוקבים בסדרה הנדסית,

ו- $a_5, a_6, a_7$  הם איברים עוקבים בסדרה חשבונית.

11. (5 יח', קיץ תשנ"ז - 97) נתונה סדרה שבה:  $a_1 = 0$ ;  $a_2 = 1$ .

וכן קיימים שני מספרים שלמים  $t$  ו- $s$ , כך שלכל  $n$  טבעי:  $a_n = s \cdot 2^{n-1} + t \cdot 3^{n-1}$ .

א. מצא את  $t$  ו- $s$ .

ב. הבע באמצעות  $n$  את סכום  $n$  איברים הראשונים בסדרה.

ג. הוכח שהסדרה הנתונה מקיימת את כלל הנסיגה:  $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$ .

### תשובות

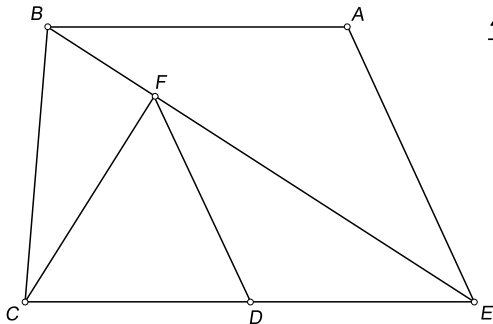
6. א.  $a_2 = 10, a_3 = 2, a_4 = 15, a_5 = 7, a_6 = 20$ . ג.  $S_{40} = 3780$ .

7. א.  $a_{28} = k + 83, a_{30} = k - 80$ . ב.  $x = -3$ . ג.  $S = 12$ .

8. א.  $a_n = 2 \cdot 3^{n-1} + 4$ . ג.  $k = 12, t = 9$ .

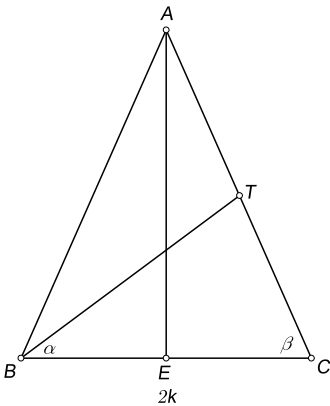
11. א.  $s = -1, t = 1$ . ב.  $S_n = \frac{3^n - 2^{n+1} + 1}{2}$ .

3. במבחן כניסה למכללה 20% מן הנבחנים היו מקיבוצים.  
 40% היו ממושבים ו-40% היו מערים. 70% מן הנבחנים הצליחו במבחן.  
 $\frac{1}{8}$  מן הנבחנים שהיו ממושבים נכשלו במבחן.  
 ההסתברות לבחור באקראי מבין כל הנבחנים נבחן שהיה מעיר וגם הצליח במבחן, גדולה פי 2.5 מן ההסתברות לבחור באקראי מבין כל הנבחנים נבחן שהיה מקיבוץ וגם הצליח במבחן.  
 א. מבין הנבחנים שנכשלו במבחן, מהי ההסתברות לבחור באקראי נבחן שלא היה מעיר?  
 ב. (1) משה הצליח במבחן. מהי ההסתברות שהוא לא היה ממושב?  
 (2) חמישה נבחנים הצליחו במבחן. מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם היה ממושב?



**פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור**

4. נתון טרפז  $ABCE$  ( $AB \parallel EC$ ).  
 הנקודה  $F$  נמצאת על האלכסון  $BE$   
 כך ש-  $CF \perp BE$ .  
 הנקודה  $D$  היא אמצע הבסיס  $CE$ .  
 $\angle CEB = \angle AEB$ ,  $ED = 3a$ ,  $EA = 4a$ .  
 א. הוכח כי  $\triangle EAB \sim \triangle EDF$ .  
 ב. נתון כי שטח המשולש  $EAB$  הוא  $S$ . הבע באמצעות  $S$  את שטח המשולש  $CEF$ .  
 ג. המשך  $DF$  חותך את  $AB$  בנקודה  $G$ . הבע באמצעות  $S$  את שטח המשולש  $BFG$ .



5. נתון משולש שווה-שוקיים  $ABC$  ( $AB = AC$ ).  
 $AE$  הוא גובה לבסיס  $BC$ , ו- $BT$  הוא תיכון לשוק  $AC$ .  
 $\angle TBC = \alpha$ ,  $\angle ACB = \beta$ ,  $BC = 2k$ .  
 א. (1) הבע את האורך של  $TC$  באמצעות  $k$  ו- $\beta$  בלבד.  
 (2) היעזר בתת-סעיף א(1), והראה כי:  
 $\sin(\alpha + \beta) = 4 \sin \alpha \cos \beta$   
 ב. נתון גם:  $TE = 5\text{cm}$ ,  $k = 4\text{cm}$ .  
 (1) מצא את  $\beta$  (2) מצא את  $\alpha$

**תולדות**

3. א.  $P = \frac{1}{2}$  ב.  $P = \frac{1}{2}$  ג.  $P = \frac{31}{32}$   
 4. א.  $S_{\triangle CEF} = \frac{9S}{8}$  (יחידות ריבועיות) ב.  $S_{\triangle BFG} = \frac{S}{16}$  (יחידות ריבועיות) ג.  
 5. א. (1)  $TC = \frac{k}{2 \cos \beta}$  (יחידות אורך) ב. (1)  $\beta = 66.42^\circ$  (2)  $\alpha = 37.37^\circ$