

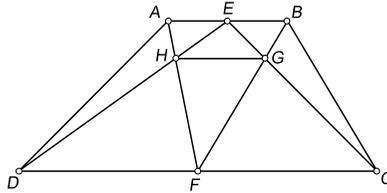
(1)  $AE = EB = \frac{8}{2} = 4$  ,  $DF = FC = \frac{24}{2} = 12$

א. 3

(2)  $EB \parallel FC \Rightarrow^{(3)} \frac{EG}{GC} = \frac{BG}{GF}$

(4)  $\angle EGB = \angle CGF \Rightarrow^{(5)} \triangle EBG \sim \triangle CFG$

(5)  $\frac{EG}{CG} = \frac{EB}{CF} = \frac{4}{12} \Rightarrow \frac{EG}{CG} = \frac{1}{3}$



ב.

(6)  $\frac{EH}{HD} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{EH}{HD} = \frac{EG}{CG} \Rightarrow^{(7)} HG \parallel CD (\checkmark)$

ג.

$\frac{EH}{HD} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{EH}{ED} = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$

(5)  $\triangle EHG \sim \triangle EDC \Rightarrow \frac{HG}{DC} = \frac{EH}{ED} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{HG}{24} = \frac{1}{4} \Rightarrow HG = 6\text{cm}$

- (1) נתון (2) הגדרת טרפז (3) משפט תאלס המורחב (4) זוויות קודקודיות שוות זו לזו  
 (5) משפט דמיון צלע-זווית-צלע (6) כמו ההוכחה שבסעיף א' (7) משפט תאלס הפוך

א. 4. בניית עזר:  $AF \parallel BC$  לכן: ABCF מקבילית לפי הגדרה.

(1)  $AF = BC = a$  ,  $FC = AB = a \Rightarrow DF = 2a - a = a$

$AD = DF = AF = a \Rightarrow^{(2)} \angle ADF = 60^\circ \Rightarrow^{(3)} \angle BAD = 120^\circ$

(4)  $AD = AB \Rightarrow^{(5)} \angle ADB = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$

$\Rightarrow \angle PDF = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ \Rightarrow \triangle ADF$  חוצה זווית ב'  $DP \Rightarrow^{(6)} \triangle ADF$  תיכון ב'  $DP$

(4)  $AH \perp DF \Rightarrow^{(6)} DH = HF \Rightarrow^{(7)} \frac{AE}{EH} = 2$

אפשר גם: הוכח:  $DH = \frac{a}{2}$  ,  $DE$  חוצה זווית ב'  $\triangle ADH$ . הפעל את משפט חוצה הזווית ב'  $\triangle ADH$ .

ב.

$\triangle ADH$ :  $DH = \frac{a}{2} \Rightarrow^{(8)} AH = \sqrt{AD^2 - HD^2} = \sqrt{a^2 - (\frac{a}{2})^2} = \sqrt{\frac{3}{4}a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

(7)  $AE = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AE = \frac{a\sqrt{3}}{3}$  (יחידות אורך)

(1) צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו (2) זווית במשולש שווה-צלעות ( $\triangle ADF$ ) היא בת  $60^\circ$

(3) השלמה ל-  $180^\circ$  של זוויות על שוק בטרפז (4) נתון (5) זוויות בסיס במש"ש שוות זו לזו

(6) במשולש שווה-צלעות חוצה הזווית, הגובה והתיכון מתלכדים

(7) נקודת מפגש תיכונים במשולש מחלקת אותם ביחס של 2 : 1 כשהחלק הגדול קרוב לקודקוד

(8) משפט פיתגורס

$$y = -x^2 - 6x + b$$

7. א. (1)

$$y' = -2x - 6 \stackrel{?}{=} 0 \Rightarrow x = -3$$

$$a = -1 \Rightarrow \max \Rightarrow x_{\max} = -3$$

(2)

$$y(-3) = -(-3)^2 - 6 \cdot (-3) + b = -9 + 18 + b = 9 + b = 4 \Rightarrow b = -5$$

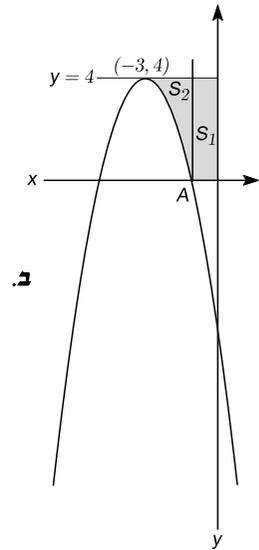
נתון

$$y = -x^2 - 6x - 5 \stackrel{?}{=} 0, \quad x_{1,2} = \frac{6 \pm 4}{-2} \Rightarrow x_1 = -5, \quad x_2 = -1 = x_A$$

$$\Rightarrow S_1 = 1 \cdot 4 = 4, \quad S_2 = \int_{-3}^{-1} (4 - (-x^2 - 6x - 5)) dx$$

$$S_2 = \left( \frac{x^3}{3} + 3x^2 + 9x \right) \Big|_{-3}^{-1} = \left( \frac{-1}{3} + 3 - 9 \right) - (-9 + 27 - 27) = 2\frac{2}{3}$$

$$S = S_1 + S_2 = 4 + 2\frac{2}{3} \Rightarrow S = 6\frac{2}{3} \text{ (יחידות ריבועיות)}$$



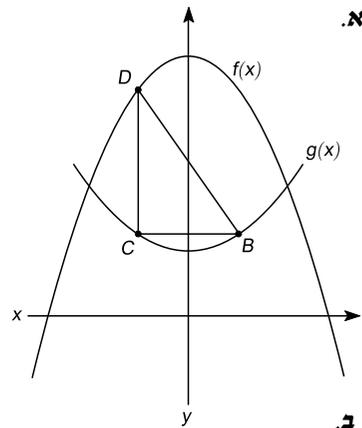
$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 8, \quad g(x) = \frac{1}{6}x^2 + 2$$

$$\underline{B}: x = t, \quad B \in g(x) \Rightarrow B(t, \frac{1}{6}t^2 + 2)$$

$$\underline{C}: y_C = y_B = \frac{1}{6}t^2 + 2, \quad C \in g(x) \Rightarrow x_C = -t$$

$$\Rightarrow C(-t, \frac{1}{6}t^2 + 2)$$

$$\underline{D}: x_D = x_C = -t, \quad D \in f(x) \Rightarrow D(-t, -\frac{1}{3}t^2 + 8)$$



$$CB = x_B - x_C = t - (-t) = 2t$$

$$CD = y_D - y_C = -\frac{1}{3}t^2 + 8 - (\frac{1}{6}t^2 + 2) = 6 - \frac{1}{2}t^2$$

$$S_{\triangle BCD} = \frac{BC \cdot CD}{2} = \frac{2t \cdot (6 - \frac{1}{2}t^2)}{2} \Rightarrow S_{\triangle BCD} = 6t - \frac{1}{2}t^3 \text{ (יחידות ריבועיות)}$$

$$h(t) = 6t - \frac{1}{2}t^3$$

$$h'(t) = 6 - \frac{3}{2}t^2 \stackrel{?}{=} 0 \Rightarrow \frac{3}{2}t^2 = 6 \Rightarrow t^2 = 6 \cdot \frac{2}{3} = 4, \quad t > 0 \Rightarrow t = 2$$

$$h''(t) = -3t \Rightarrow h''(2) = -3 \cdot 2 < 0 \Rightarrow \max (\checkmark) \Rightarrow t_{\max} = 2$$

1. א. 6

$$f(x) = \frac{x-2}{2x+4}, \quad 2x+4 \neq 0 \Rightarrow 2x \neq -4 \Rightarrow x \neq -2$$

(2)

$$x=0 \Rightarrow f(0) = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (0, -\frac{1}{2})$$

$$y=0 \Rightarrow x-2=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow (2, 0)$$

(3)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-2}{2x+4} = \frac{-4}{0} = \infty \Rightarrow x = -2$$

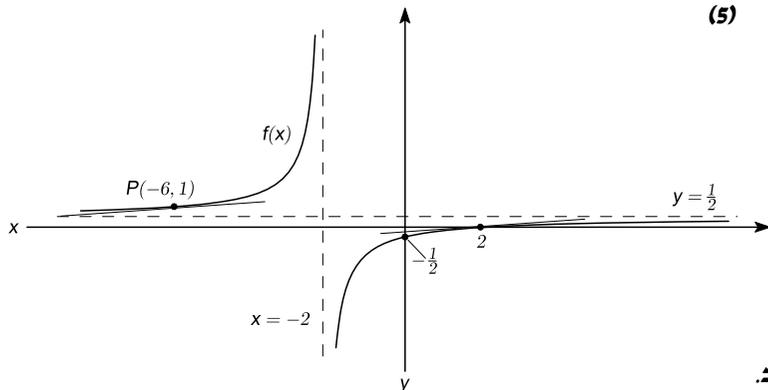
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{2x+4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x(1-\frac{2}{x})}{x(2+\frac{4}{x})} = \frac{1-0}{2+0} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

(4)

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (2x+4) - 2 \cdot (x-2)}{(2x+4)^2} = \frac{8}{(2x+4)^2} > 0 \quad \forall \{x \neq -2\} \Rightarrow \text{אין נקודות קיצון}$$

$$\Rightarrow \nearrow: (x < -2) \cup (x > -2), \quad \searrow: \emptyset$$

(5)



ב.

$$x=2 \Rightarrow m = f'(2) = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$$

$$m = f'(x) = \frac{8}{(2x+4)^2} \stackrel{?}{=} \frac{1}{8} \Rightarrow (2x+4)^2 = 64$$

$$2x+4 = \pm 8 \Rightarrow x_1 = \frac{8-4}{2} = 2, \quad x_2 = \frac{-8-4}{2} = -6, \quad f(-6) = \frac{-8}{-8} = 1 \Rightarrow P(-6, 1)$$

ג.

הקבוע  $C$  של הפונקציה  $g(x) = f(x) + C$  מעלה או מוריד את  $f(x)$  ב- $C$  יחידות (שְׁנָתוֹת).

בהתאם לסימנו: חיובי - מעלה, שלילי - מוריד.

לכן, אם האסימפטוטה האופקית של  $g(x)$  מתלכדת עם ציר  $x$

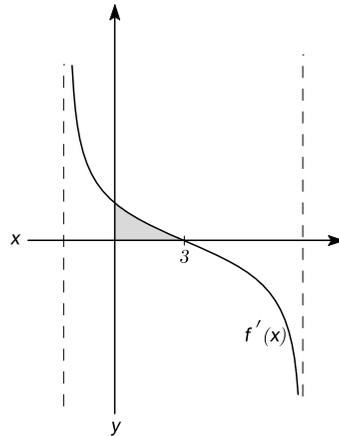
- המשמעות היא שאותה אסימפטוטה ירדה 'שְׁנָתוֹת'  $\frac{1}{2}$ .

כלומר:  $f(x)$  עצמה ירדה 'שְׁנָתוֹת' חצי שְׁנָתוֹת, ולכן:  $C = -\frac{1}{2}$ .

7. א. (1)

|    |   |   |     |   |   |
|----|---|---|-----|---|---|
| x  | ? |   | 3   |   | ? |
| f' |   | + | 0   | - |   |
| f  |   | ↗ | max | ↘ |   |

על פי הציור:  
 $\Rightarrow x_{\max} = 3$



(2)

$$f(x) = \sqrt{-x^2 + bx + 16}, \quad f'(x) = \frac{-2x+b}{2\sqrt{-x^2+bx+16}}$$

$$f'(3) = 0 \Rightarrow -2 \cdot 3 + b = 0 \Rightarrow b = 6$$

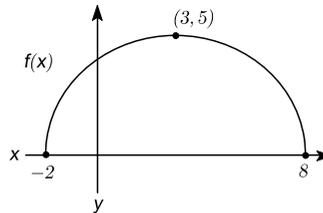
$$f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 16}$$

$$-x^2 + 6x + 16 \geq 0, \quad x_{1,2} = \frac{-6 \pm 10}{-2} = 3 \mp 5 \Rightarrow x_1 = -2, \quad x_2 = 8$$

$$a = -1 < 0 \Rightarrow \begin{array}{c} - \\ + \\ - \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{c} -2 \\ 8 \end{array} \Rightarrow -2 \leq x \leq 8$$

$$f(-2) = f(8) = 0, \quad f(3) = \sqrt{-9 + 18 + 16} = 5$$

$$\Rightarrow \min_{ep}(-2, 0), \quad \max(3, 5), \quad \min_{ep}(8, 0)$$



$$S = \int_0^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^3 = f(3) - f(0) = 5 - 4 \Rightarrow S = 1 \quad (\text{חינה ריבועית})$$

$$KFC = 90^\circ \Rightarrow FK = \sqrt{100 - x^2} \text{ cm}$$

$$AB = EF = EK + KF = 10 + \sqrt{100 - x^2}$$

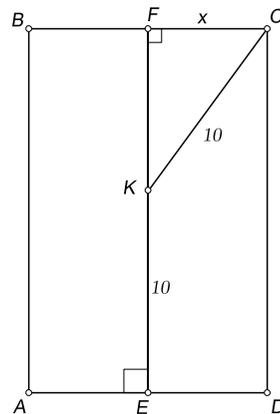
$$2AB + 2BC = f(x) = 2(10 + \sqrt{100 - x^2}) + 2 \cdot 2x$$

$$f(x) = 4x + 2\sqrt{100 - x^2} + 20$$

$$f'(x) = 4 + 2 \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{100-x^2}} = 4 - \frac{2x}{\sqrt{100-x^2}} \stackrel{?}{=} 0$$

$$\frac{2x}{\sqrt{100-x^2}} = 4 \Rightarrow 4x^2 = 16(100 - x^2) = 1600 - 16x^2$$

$$20x^2 = 1600 \Rightarrow x^2 = 80 \Rightarrow x = \sqrt{80}$$



|    |   |   |             |   |    |
|----|---|---|-------------|---|----|
| x  | 0 |   | $\sqrt{80}$ |   | 10 |
| f' |   | + | 0           | - |    |
| f  |   | ↗ | max (✓)     | ↘ |    |

$$\Rightarrow BC = 2x = 2\sqrt{80} = 2\sqrt{16 \cdot 5} = 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow BC = 8\sqrt{5} = 17.89 \text{ cm}$$