

אלגברה - סדרות - המוגדרות לפי כלל נסיגה

1. (5 יח', קיץ תשנ"א - 91) סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי הכלל: $a_n + a_{n+1} = 3n - 5$.

נסמן: $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$

א. הראה כי: (1) $S_{2n} = 3n^2 - 5n$ (2) $S_{2n+1} = a_1 + 3n^2 - 2n$

ב. נתון: $a_1 = -2$. חשב את a_{101} .

2. (5 יח', קיץ תשנ"ב - 92) נתונה הסדרה: $a_{n+1} = 3n - a_n$, $a_1 = c$.

א. הראה כי האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים מהווים סדרה חשבונית,

וכי גם האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים מהווים סדרה חשבונית.

ב. חשב את סכום n האיברים הראשונים בסדרה, אם נתון ש- n מספר זוגי.

הראה שסכום זה בלתי תלוי ב- c .

3. (4 יח', קיץ תשנ"ג - 93) נתונה הסדרה: $a_{n+1} = 5 + 2n - a_n$; $a_1 = 9$.

א. חשב את a_2 ואת a_3 .

ב. הוכח כי האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים מהווים סדרה חשבונית, וגם האיברים

העומדים במקומות הזוגיים מהווים סדרה חשבונית. הדרכה: הבע את a_{n+2} באמצעות a_n .

ג. חשב את a_{99} .

4. (5 יח', קיץ תשנ"ג - 93) נתונה הסדרה: $a_{n+1} = \frac{2^n}{2a_n}$, $a_1 = 1$.

א. הוכח שהסדרה החלקית a_1, a_3, a_5, \dots היא סדרה הנדסית.

ב. הוכח שכל איבר הנמצא במקום זוגי בסדרה הנתונה שווה לאיבר הקודם לו בסדרה.

5. (4 יח', קיץ תשנ"ד - 94) נתונה הסדרה: $a_{n+1} = 2a_n + n^2 - 7$. נתון כי $a_3 = k$.

א. מצא את הערך של k שעבורו a_3, a_4, a_5 הם שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית,

וחשב את מנת הסדרה.

ב. חשב את a_6 לפי נוסחת הנסיגה הנתונה, וקבע אם גם a_3, a_4, a_5 יהיו ארבעה

איברים עוקבים בסדרה ההנדסית שמצאת בסעיף א'. נמק.

השניה הראשונה

00:00:01

שאלות

3. א. $a_3 = 11$, $a_2 = -2$, ג. $a_{99} = 107$

1. ב. $a_{101} = 148$

5. א. $k = \frac{4}{3}$, $q = 4\frac{1}{2}$, ב. $a_6 = 50.4$; לא

2. ב. $S_n = \frac{3n^2}{4}$

6. (4 יח', קיץ תשנ"ה - 95) נתונה הסדרה: $a_{n+1} = 5n - a_n + 2$, $a_1 = -3$.

א. חשב את חמשת האיברים: a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 .

ב. הוכח כי $a_{n+2} - a_n = 5$.

ג. סדרת האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים היא: a_1, a_3, a_5, \dots .

חשב את הסכום של 40 האיברים הראשונים בסדרה זו. היעזר בסעיפים הקודמים.

7. (4 יח', קיץ תשנ"ו - 96) סדרה מקיימת לכל n טבעי: $a_{n+1} = a_n + 3n - 4$.

א. נתון: $a_{29} = k$. בטא באמצעות k את a_{30} ואת a_{28} .

ב. $a_{28}, a_{29}, a_{30} + x$ הינם שלושה איברים עוקבים בסדרה חשבונית. מצא את x .

8. (4 יח', חורף תשנ"ז - 97) סדרה מוגדרת על-ידי כלל נסיגה: $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n - \frac{1}{2}$, $a_1 = 5$.

א. הוכח כי הסדרה המוגדרת על-ידי $b_n = a_n + 1$ היא סדרה הנדסית יורדת.

ב. חשב בעזרת סעיף א' את הסכום של הטור האינסופי $b_1 + b_2 + b_3 + \dots$.

9. (5 יח', חורף תשנ"ז - 97) נתונה הסדרה: $a_{n+1} = 3a_n - 8$, $a_1 = 6$.

א. הוכח כי הסדרה המוגדרת על-ידי הכלל $b_n = a_n - 4$ היא סדרה הנדסית.

ב. מצא נוסחה ל- a_n באמצעות n .

ג. הוכח כי סכום $2n$ האיברים: $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_{2n-1} - a_{2n}$ הוא: $\frac{1}{2}(1 - 3^{2n})$.

10*. (4 יח', קיץ תשנ"ז - 97) נתונה הסדרה: $a_{n+2} = a_n + n + 3$, ונתון: $a_4 = t$, $a_5 = k$.

מצא את t ו- k , אם נתון גם ש: a_4, a_5, a_6 הם איברים עוקבים בסדרה הנדסית,

ו- a_5, a_6, a_7 הם איברים עוקבים בסדרה חשבונית.

11. (5 יח', קיץ תשנ"ז - 97) נתונה סדרה שבה: $a_1 = 0$; $a_2 = 1$.

וכן קיימים שני מספרים שלמים t ו- s , כך שלכל n טבעי: $a_n = s \cdot 2^{n-1} + t \cdot 3^{n-1}$.

א. מצא את t ו- s .

ב. הבע באמצעות n את סכום n איברים הראשונים בסדרה.

ג. הוכח שהסדרה הנתונה מקיימת את כלל הנסיגה: $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$.

תשובות

6. א. $a_2 = 10, a_3 = 2, a_4 = 15, a_5 = 7, a_6 = 20$. ג. $S_{40} = 3780$.

7. א. $a_{28} = k + 83, a_{30} = k - 80$. ב. $x = -3$. ג. $S = 12$.

8. א. $a_n = 2 \cdot 3^{n-1} + 4$. ג. $k = 12, t = 9$.

11. א. $s = -1, t = 1$. ב. $S_n = \frac{3^n \cdot 2^{n+1} + 1}{2}$.