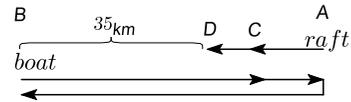


פתרון - 581 (806)

1. א. x - מהירות הנהר $\Leftarrow 3x$ - מהירות הסירה נגד הזרם, $5x$ - מהירות הסירה עם הזרם
 C - נקודת המפגש הראשונה, D - מקום הרפסודה כשהסירה הגיעה לעיירה B.

	V	T	S
boat : B \rightarrow C	$3x$	3.75	$11.25x$
raft : C \leftarrow A	x	3.75	$3.75x$
	$\Rightarrow AB = 15x$		
boat : C \rightarrow A	$3x$	$\frac{3.75x}{3x} = 1.25$	$3.75x$
boat : B \leftarrow A	$5x$	$\frac{15x}{5x} = 3$	$15x$
raft : D \leftarrow A	x	$3.75 + 1.25 + 3 = 8$	$8x$

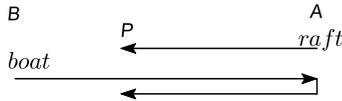


$$8x = 15x - 35 \quad / -15x$$

$$\Rightarrow -7x = -35 \quad / :(-7)$$

$$\Rightarrow x = 5$$

$$\Rightarrow V_{river} = 5 \text{ km/h}, \quad V_{boat} = 20 \text{ km/h}$$



ב. P - נקודת המפגש השנייה

	V	T	S
boat : B \rightarrow A	15	$\frac{75}{15} = 5$	$15 \cdot 5 = 75$
boat : P \leftarrow A	25	y	$25y$
raft : P \leftarrow A	5	$5 + y$	$5(5 + y)$

$$25y = 5(5 + y) = 25 + 5y \quad / -5y$$

$$\Rightarrow 20y = 25 \quad / :20$$

$$y = 1.25$$

$$\Rightarrow 5 + y = 5 + 1.25 = 6.25 \text{ hours}$$

2. א.

$$S_n = k - \frac{1}{3^{n+1}} \Rightarrow a_1 = S_1 = k - \frac{1}{3^2} \Rightarrow a_1 = k - \frac{1}{9}$$

$$a_n = S_n - S_{n-1} = (k - \frac{1}{3^{n+1}}) - (k - \frac{1}{3^n}) = \frac{1}{3^n} - \frac{1}{3^{n+1}} = \frac{3-1}{3^{n+1}} \Rightarrow a_n = \frac{2}{3^{n+1}}, \quad n > 1$$

ב.

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2}{3^{n+2}} : \frac{2}{3^{n+1}} = \frac{2}{3^{n+2}} \cdot \frac{3^{n+1}}{2} \Rightarrow q = \frac{1}{3} \Rightarrow n > 1 \text{ הסדרה הנדסית עבור } n > 1$$

כדי שהסדרה תהיה הנדסית עבור כל איבריה (כולל a_1)

צריך שיתקיים:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{3^3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow a_1 = \frac{2}{3^2} \Leftrightarrow k - \frac{1}{9} = \frac{2}{9} \Leftrightarrow k = \frac{1}{3}$$

ג.

$$q_T = \frac{a_{n+3}^2}{a_n^2} = \frac{4}{(3^{n+4})^2} : \frac{4}{(3^{n+1})^2} = \frac{4}{3^{2n+8}} \cdot \frac{3^{2n+2}}{4} = \frac{1}{3^6} \quad (\checkmark) \text{ בדיקה שהסדרה הנדסית}$$

$$a_2^2 = (\frac{2}{3^3})^2 = \frac{4}{3^6} \Rightarrow T = \frac{\frac{4}{3^6}}{1 - \frac{1}{3^6}} \cdot \frac{3^6}{3^6} = \frac{4}{3^6 - 1} = \frac{4}{728} \Rightarrow T = \frac{1}{182}$$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q}$$