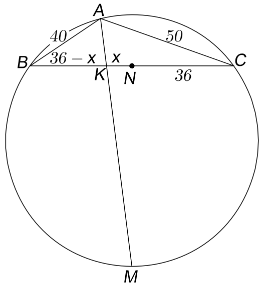
גאומטריה אוקלידית - ג - פרופורציה במעגל - פתרונות

.1 $\overset{\frown}{BM} = \overset{\frown}{MC}\ ,\ BN = NC\ ,\ AB = 40_{cm}\ ,\ AC = 50_{cm}\ ,\ BC = 72_{cm}\ ;\ KN = ?$



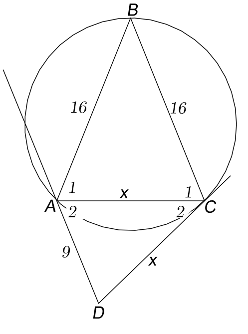
$BN = \frac{72}{2} = 36_{cm}\ ,\ KN = x \ \Rightarrow\ BK = 36 - x\ ,\ KC = 36 + x$

$\angle BAM = \angle MAC$ זוויות הקפיות הנשענות על קשתות שוות

$\frac{36-x}{36+x} = \frac{\cancel{40}}{\cancel{50}}$ משפט חוצה זווית במשולש

$\Rightarrow\ 180 - 5x = 144 + 4x \ \Rightarrow\ 9x = 36 \ \Rightarrow\ \mathbf{x = 4_{cm}}$

.2



$AD \parallel BC \ \Rightarrow\ \angle A_2 = \angle C_1$ זוויות מתחלפות במקבילים נחתכים

$\angle B = \angle C_2$ זווית בין משיק למיתר

$\angle A_1 = \angle D$ השלמה ל־180° במשולשים BAC ו־CAD

$\angle A_2 = \angle D \ \Rightarrow\ AC = CD = x$

מ. דמיון ז.ז. $\Rightarrow\ \triangle BAC \sim \triangle CAD \ \Rightarrow\ \frac{BA}{CA} = \frac{AC}{AD} \ \Rightarrow\ \frac{16}{x} = \frac{x}{9}$

$\Rightarrow\ x^2 = 9 \cdot 16 \ \Rightarrow\ x = 12_{cm} \ \Rightarrow\ AC + CD + AD = 12_{cm} + 12_{cm} + 9_{cm} = \mathbf{33_{cm}}$

חרדת המספרים

לאונרד אוילר היה מתמטיקאי שוויצי (1707-1783), פורה ביותר. אוילר האמין בקיומו של א-לוקים.

בתקופתו פעל גם פילוסוף צרפתי בשם **דֶני דידרו**. דידרו היה אתיאיסט (כופר בקיומו של א־לוקים).

בתקופה מסוימת בחייהם פעלו שניהם ברוסיה בתקופתה של **קטרינה הגדולה**.

דני דידרו ניסה אז לשכנע את הרוסים לנטוש את אמונתם ולהפוך לאתיאיסטים.

קטרינה, שלא אהבה את פעילותו של דידרו, הזמינה לחצרה בפטרסבורג, את אוילר ואת דידרו לוויכוח תיאולוגי.

לדידרו לא היה מושג ולו הקלוש ביותר, במתמטיקה. אוילר החליט לנצל עובדה זו בויכוח.

הוא פנה לדידרו: "יש בידי הוכחה מתמטית לקיומו של הא-ל,

וההוכחה היא: $\frac{a+b^n}{n} = x$ מסקנה: יש א־לוקים. מה יש לך להגיד על כך?"

דידרו, שלא ידע בכלל איך להסתכל על זה, נותר פעור־פה ולא ידע מה תשובה ישיב ל'הוכחה' זו. המום ומושפל,

לקול צחוקם של כל הנוכחים במעמד, נטש את המפגש, עזב את פטרסבורג וחזר לפריז. סיפור אמיתי.

.3 סימון מאורעות: A - עבר את המבחן בהצלחה , B - למד מחשבים בתיכון

	A	$\overline{A}$	$\sum$
B	$(3)\ 0.65$	$0.75-0.65=0.1$	$(1)\ 3x=0.75$
$\overline{B}$	$0.8-0.65=0.15$	$0.2-0.1=0.1$	$(1)\ \ x=0.25$
$\sum$	$(2)\ 4y=0.8$	$(2)\ y=0.2$	1

$(1)\ \ 3x+x=1\ \Rightarrow\ x=0.25\ \ ,\ \ (2)\ \ 4y+y=1\ \Rightarrow\ y=0.2\ \ \ (3)$ נתון

א. ישירות מהטבלה:

$P=P(\overline{B}\cap A)\quad\Rightarrow\quad \mathbf{P=0.15}$

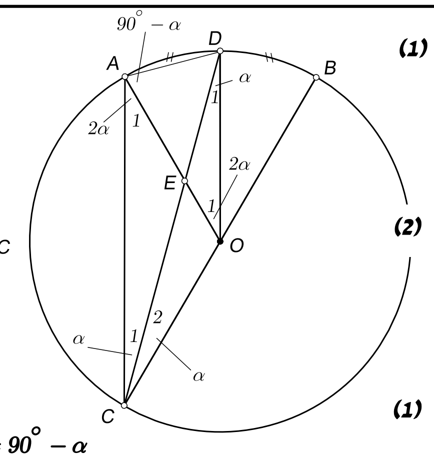
ב.

$P(\overline{B}/A)=\frac{P(\overline{B}\cap A)}{P(A)}=\frac{0.15}{0.8}\quad\Rightarrow\quad \mathbf{P=\frac{3}{16}=0.1875}$

ג. המאורע המתואר הוא המשלים של: ׳שני הנבחרים האקראיים עברו את המבחן׳:

$P=1-(P(A))^2=1-0.8^2\quad\Rightarrow\quad \mathbf{P=0.36}$

.4 **א.** **(1)**



$(1)\ \ \angle C_1=\angle C_2=\alpha$

$(2)\ \ \angle O_1=2\angle C_1=2\alpha=\angle ACB\overset{(3)}{=}\angle ACO$

$(4)\ \ \angle \mathbf{ACO}=\angle \mathbf{AOD}\ \ (\checkmark)$

(2)

$(5)\ \ OC=OD=R\quad\overset{(6)}{\Rightarrow}\ \ \angle C_2=\angle D_1=\alpha$

$(4)\ \ \angle C_1=\angle D_1\quad\overset{(7)}{\Rightarrow}\ \ \mathbf{AC\parallel DO}\ \ (\checkmark)$

ב. **(1)**

$(6,8)\ \ \angle DAO=\angle ODA=\frac{180^\circ-2\alpha}{2}\quad\Rightarrow\quad \angle \mathbf{DAO=90^\circ-\alpha}$

(2) אם זוויות חד־צדדיות בין שני ישרים הנחתכים ע״י ישר שלישי, משלימות ל- 180°

- הישרים מקבילים זה לה. במקרה שלנו: $\angle ACO+\angle CAD=180^\circ$.

$\angle DAC+\angle ACO=180^\circ\quad\Rightarrow\quad (\angle A_1+\angle DAO)+2\alpha=180^\circ$

$OA=OD=R\quad\overset{(6)}{\Rightarrow}\ \angle A_1=\angle OCA=2\alpha$

$\Rightarrow\quad 2\alpha+90^\circ-\alpha+2\alpha=180^\circ\ \ /-90^\circ\quad\Rightarrow\quad 3\alpha=90^\circ\quad\Rightarrow\quad \boldsymbol{\alpha=30^\circ}$

- -

(1) זוויות היקפיות הנשענות על קשתות שוות (נתון) - שוות זו לזו

(2) זווית מרכזית שווה לפעמיים זווית היקפית הנשענת על אותה קשת

(3) O , C ו־B על ישר אחד (קוטר) $\quad(4)$ כלל המעבר $\quad(5)$ רדיוסים במעגל

(6) זוויות בסיס במשולש שווה־שוקיים - שוות זו לזו

(7) אם זוויות מתחלפות בישרים מקבילים הנחתכים על־ידי ישר שלישי, שוות זו לזו

- הישרים מקבילים זה לזה $\quad(8)$ השלמה ל- 180° במשולש